Numéro d'Ordre : A.O. 8245

THESE

présentée

à

l'UNIVERSITE DE PROVENCE

par

Paulin GALLET

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

ETUDE DES PROPRIETES RADIATIVES DES STRUCTURES CELLULAIRES

---

soutenue le 21 Mars 1973

devant la Commission d'Examen :

P. ROUARD — Président

M. PERROT

J.P. DAVID

G. FRANCIA — Examinateurs

W.W.S. CHARTERS

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

ERRATA

Pages	Lignes	
41	16	au lieu de /33/ , lire /35/
51	18-21	au lieu de II-5-2 et II-5-1, lire II-52
69	7	lire : $\mathcal{J}_1=\frac{1}{h}\int_0^h \mathcal{F}_{dy_0,x}\,dx = \ldots$
	8	lire : $\mathcal{J}_2=\frac{1}{h}\int_0^h \mathcal{F}_{dy_h,x}\,dx = \ldots$
78	20	au lieu de : $\Gamma_S = 1 \ldots + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \ldots$
		lire : $\Gamma_S = 1 \ldots - \frac{2}{3} \cdot \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \ldots$
93	31	au lieu de ϵ , lire ϵ_B
105	14	lire : dont l'existence se traduit par les portions de courbe BB' au niveau de l'ouverture, et EE' au niveau.....
125	12	au lieu de 0,45 , lire 0,55.

Numéro d'Ordre : A.O. 8245

THESE

présentée

à

l'UNIVERSITE DE PROVENCE

par

Paulin GALLET

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

ETUDE DES PROPRIETES RADIATIVES DES STRUCTURES CELLULAIRES

---

soutenue le 21 Mars 1973

devant la Commission d'Examen :

P. ROUARD — Président

M. PERROT
J.P. DAVID
G. FRANCIA
W.W.S. CHARTERS — Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

UNIVERSITE DE PROVENCE

U.E.R. Scientifiques

Président : F. BOREL

Secrétaire général : C. MOYNAULT

PROFESSEURS

MM. :	J. VALENSI	Mécanique expérimentale des fluides
	P. ROUARD	Physique générale
	P. DESNUELLE	Chimie biologique
	M. MERIGOUX	Physique industrielle
	C. FEHRENBACH	Astronomie
	A. FAVRE	Mécanique de l'atmosphère et météorologie
	A. GUILLEMONAT	Chimie industrielle
	G. CARPENI	Chimie
	Y. DOUCET	Physique
	J.M. SOURIAU	Méthodes mathématiques de la physique
	J. METZGER	Chimie
	L. FOURES	Mathématiques
	D. MALE	Physique
	G. BODIOU	Mathématiques appliquées
	M. NAUDET	Chimie des corps gras
	P. BOUSQUET	Physique
	P. PESTEIL	Physique
	P. CASAL	Mécanique rationnelle et appliquée
	G. GOUVERNET	Géologie appliquée
	A. VISCONTI	Physique théorique
	A. BLANCHARD	Mathématiques générales
	M. DUSSARDIER	Physiologie animale
	P. QUEZEL	Botanique
	A. JULG	Chimie théorique
Mme	S. TAXY	Géologie historique
M.	F. TESSIER	Géologie générale
Mme	M.L. FURNESTIN	Biologie animale
MM. :	M. BERTRAND	Chimie
	J. TROMPETTE	Physique
	M. LAFFITTE	Chimie
	R. FRAISSE	Mathématiques
Mme	C. BLANCHARD	Mathématiques

MM. :	R. NEGRE	Biologie végétale
	R. COULON	Physique
	R. KERN	Minéralogie
	L. SIDERIADES	Physique
	J.M. SURZUR	Chimie organique
	H. CHANTREL	Physique de l'espace
	J. SOUGY	Géologie
	J. HERVE	Electronique
	H. BODOT	Chimie
	J. CHOUTEAU	Physiologie animale
	R. PHILIP	Physique
	L. CAPELLA	Minéralogie
	P. BILLARD	Mathématiques
	M. BONNEAU	Mathématiques
	J.C. TRAYNARD	Chimie industrielle
Mlle	C. CLARION	Mécanique des fluides
MM. :	A. PONS	Botanique
	A. GIRARDIE	Zoologie
	J. MANDELBROJT	Physique
	M. BIZOUARD	Physique
	J.P. DAVID	Physique
	J.C. MAIRE	Chimie
	M. SIMON	Physiologie animale
	G. MARCHIS-MOUREN	Chimie biologique
	R. PETIT	Physique
	M. HUGON	Psycho- physiologie

PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM. :	R. AMAR	Zoologie
	L. DEVEZE	Biologie marine
	F. BOREL	Techniques mathématiques de la physique
Mlle	R. CHANDEBOIS	Biologie animale
MM. :	H. GUENOCHE	Mathématiques appliquées
	J. HENNEQUIN	Electronique
Mlle	S. GUEIRARD	Pétrographie
MM. :	C. FEUGEAS	Chimie
	J. CABANE	Chimie
	G. RASIGNI	Physique
	S. COMBET	Chimie
	R. GARRON	Physique expérimentale
	M. CADILHAC	Physique
	B. WAEGELL	Chimie
	F. HALBWACHS	Physique
Mlle	M. PICHENOT	Biologie végétale
MM. :	M. GILLET	Physique
	L. SARDA	Biochimie
	C. ROMAN	Physiologie animale
	A. GILLET	Mathématiques
	S. MARTINUZZI	Physique

MAITRES DE CONFERENCES

MM. :	H. PATIN	Chimie
	J. CRESP	Biologie animale
	M. BENARROCHE	Physique
	H. TACHOIRE	Chimie
	E. VINCENT	Chimie
	L. VICENTE	Biologie animale
	J. MANUCEAU	Mathématiques
	R. GUERMEUR	Physique
	M. DELAAGE	Biochimie
Mlle	F. CATZIGRAS	Géologie
Mme	M. SIRUGUE	Physique
MM. :	H. MERDY	Physique
	L. PUJOL	Chimie
	A. LAVAGNE	Biologie végétale
	J. GIUDICELLI	Biologie animale
	M. FOUGEREAU	Biochimie
	G. NOAT	Physiologie végétale
	R. BOUDET	Mathématiques
	R. STREIFF	Chimie
	J.P. BELAICH	Microbiologie
	P. NEVILLE	Biologie végétale
	J.P. SOUBLIN	Mathématiques
Mme	S. DELACHE	Mathématiques
MM. :	A. CASALOT	Chimie
	M. MOULINS	Biologie générale
	J. DETRAZ	Mathématiques
	R. PUJOL	Psycho-physiologie
	B. MARTINET	Mathématiques
	G. FARDOUX	Mathématiques
	D. BENLIAN	Chimie

A Monsieur le Professeur PERROT

en Hommage reconnaissant.

A mes parents

A Nicole, Véronique, Jean-Philippe

A l'Amitié

C'est au Laboratoire d'Héliotechnique de la Faculté des Sciences de Marseille que ce travail fut réalisé pour sa plus grande part. Je tiens à assurer de ma profonde gratitude le Professeur M.PERROT qui dirigeait ce laboratoire et fut à l'origine de mes travaux de recherches. Son soutien constant m'a toujours été des plus précieux.

Je suis très sensible à l'honneur que m'a fait Monsieur le Doyen P. ROUARD, Membre de l'Institut, en voulant bien accepter de présider la Commission d'Examen. Je l'en remercie très respectueusement.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur le Professeur J.P. DAVID auprès de qui j'ai toujours trouvé un accueil compréhensif et une grande disponibilité. Il a bien voulu examiner avec beaucoup de minutie le manuscrit de ce travail.

Monsieur le Professeur G. FRANCIA, de l'Université de Gênes, à qui l'on doit le dispositif antirayonnant étudié ici, m'a fait l'honneur de faire partie du jury. Je l'en remercie très profondément.

Je remercie vivement, enfin, Monsieur le Professeur W.W.S. CHARTERS, de l'Université de Melbourne, pour les fructueuses discussions que nous avons eues au sujet de ce travail.

Je ne saurais passer sous silence les chercheurs du Laboratoire d'Héliotechnique puis du Département d'Héliophysique qui ont participé à ce travail. Je tiens à remercier tout spécialement Messieurs J.L. GAUER et J. DESAUTEL pour l'aide efficace qu'ils m'ont apportée. Je ne saurais oublier non plus MM. COULET et WAULTIER qui ont activement participé au travail réalisé au sein de mon équipe.

Mes remerciements vont aussi à mes amis MM. G. PERI et F. PAPINI dont le soutien moral et matériel, dans une période qui fut quelquefois difficile, m'a été des plus précieux.

Je remercie Monsieur R. PRATO qui fut chargé de la réalisation pratique du montage expérimental et qui le réalisa avec beaucoup de soin.

Je n'oublierai pas enfin Madame C. LECHALIER et Monsieur L. GRECH pour leur excellent travail de frappe et de tirage. Je les remercie en particulier pour la grande patience qu'ils ont manifestée à mon égard.

SOMMAIRE

INTRODUCTION - 1

CHAPITRE I : RAPPELS ET COMPLEMENTS 9

1 - Transferts de chaleur par rayonnement 11

1-1 - Echanges par rayonnement entre surfaces noires : le facteur d'angle géométrique 11

1-1-1 - Notion de facteur d'angle géométrique 11
1-1-2 - Relations entre les facteurs d'angle géométriques 14
1-1-3 - Expressions de quelques facteurs d'angle géométriques 16

1-2 - Echanges par rayonnement entre surfaces grises : le facteur d'angle généralisé 18

1-2-1 - Détermination du facteur $\mathcal{F}$ 19
1-2-2 - Relations entre les facteurs d'angle généralisés 20

1-3 - Echanges par rayonnement entre surfaces grises : le facteur de transfert par rayonnement 21

1-3-1 - Détermination du facteur de transfert 21
1-3-2 - Relations entre les facteurs de transfert 22

2 - Description des divers éléments étudiés : hypothèse de travail 23

2-1 - Surface de base 23
2-2 - Structure cellulaire 23

3 - Notion de hauteur réduite 24

3-1 - Cellules circulaires 24
3-2 - Cellules plans parallèles 25
Répertoire des notations 26

CHAPITRE II : STRUCTURE CELLULAIRE ANTIRAYONNANTE ASSOCIEE A UNE SURFACE DE BASE NOIRE 29

1 - Mise en équation du bilan radiatif de la surface de base 31

2 - Variation de l'émittance le long de la paroi d'une cellule 33

2-1 - Bilan radiatif d'une couronne élémentaire de paroi 33
2-2 - Forme réduite du bilan radiatif 34
2-3 - Etude du bilan radiatif 35

2-3-1 - Unicité de la solution 35
2-3-2 - Etude des valeurs de Ψ_y *aux bornes : existence de discontinuités d'émittance* 36
2-3-3 - Symétries de la fonction Ψ_y, *égalité des discontinuités d'émittance* 38
2-3-4 - Résolution numérique de l'équation de Fredholm 41

3 - Etude des discontinuités d'émittance dans l'hypothèse d'une variation linéaire de la fonction Ψ_y 47

4 - Etude du bilan thermique de la surface de base 51

5 - Facteur de réduction des pertes 54

CHAPITRE III : STRUCTURE CELLULAIRE ANTIRAYONNANTE ASSOCIEE A UNE SURFACE DE BASE SELECTIVE 57

1 - Mise en équation du bilan radiatif de la surface de base 59

2 - Variation de l'émittance le long des parois d'une cellule 60

2-1 - Bilan radiatif d'une couronne élémentaire de paroi 60
2-2 - Etude du bilan radiatif de la couronne élémentaire p dy 61

2-2-1 - Unicité de la solution 61
2-2-2 - Etude des valeurs de Ψ_y *aux bornes ; existence de discontinuités d'émittance* 62
2-2-3 - Résolution numérique de l'équation de variation de Ψ_y, *en fonction de y* 63

2-3 - Calcul des discontinuités compte tenu d'une variation linéaire de l'émittance 64

3 - Etude du bilan thermique de la surface de base 75

4 - Facteurs de réduction 78

5 - Comparaison entre la variation de l'émittance en fonction de la côte obtenue par l'emploi des facteurs d'angle généralisés et celle obtenue à l'aide des facteurs de transfert 82

5-1 - Bilan thermique de la surface de base 82
5-2 - Variation de l'émittance le long des parois d'une cellule 82

6 - Vérification expérimentale de la variation de l'émittance le long des parois d'une cellule et dispositif de mesure du facteur de réduction 90

6-1 - Variation de l'émittance le long des parois d'une cellule 90
6-2 - Mesure du facteur de réduction 93

6-2-1 - Méthode dynamique 93
6-2-2 - Méthode statique 95

CHAPITRE IV - FACTEUR D'EMISSION APPARENTE DE L'OUVERTURE D'UNE CELLULE ANTIRAYONNANTE 99

1 - Détermination théorique 101

1-1 - Structure cellulaire associée à une surface de base noire 101

1-1-1 - Mise en évidence du facteur directionnel d'émission apparente 101
1-1-2 - Détermination de l'indicatrice d'émission apparente de l'ouverture d'une cellule 103

1-2 - Structure cellulaire associée à une surface de base sélective 111

2 - Détermination pratique 116

2-1 - Description du banc de mesure 116
2-2 - Etalonnage du détecteur et principe de la mesure 120
2-3 - Description des divers éléments composant la base et la structure cellulaire et détermination de leursfacteurs d'émission 123
2-4 - Résultats 125

CHAPITRE V - LES STRUCTURES CELLULAIRES ET LEUR UTILISATION POUR LA CAPTATION DE L'ENERGIE SOLAIRE 131

1 - Les structures cellulaires et les différents modes de transfert 133

2 - Réalisation de divers types de structures cellulaires antirayonnantes 135

3 - Essais des différents types de structure 141

4 - Possibilités d'applications des structures cellulaires 144

CONCLUSION - 145

ANNEXE - 149

BIBLIOGRAPHIE - 151

INTRODUCTION

Les transferts thermiques qui s'effectuent entre un corps et son environnement résultent le plus souvent de trois modes différents se produisant simultanément : conduction, convection et rayonnement. Alors que les deux premiers sont liés à un support matériel et peuvent être modifiés par action sur ce support, il en est différemment du troisième. Seul ce dernier nous intéresse ici et le présent travail concerne les transferts par rayonnement ou transferts radiatifs, au niveau d'une surface donnée ; nous nous attacherons à montrer comment certains aménagements de l'espace, au voisinage immédiat de cette surface , permettent de modifier son bilan radiatif.

Considérons un corps qui reçoit un flux radiatif provenant d'une source d'énergie pouvant être, par exemple, le soleil. Supposons que ce corps soit constitué d'un matériau homogène, thermodynamiquement noir et que l'espace environnant puisse être assimilé à un corps noir, de température T_E . Supposons également que, par divers artifices(*), on ait réussi à éliminer complètement les échanges énergétiques de ce corps avec l'extérieur, autres que ceux qui se produisent sous forme d'échanges radiatifs au niveau d'une partie S de la surface qui le délimite.

Si l'on désigne par Φ_i la valeur du flux incident, la température du corps va s'élever jusqu'à une valeur T_M , telle que :

$$\Phi_i = S \cdot \sigma \cdot (T_M^4 - T_E^4) , \qquad (1)$$

σ étant la constante de Stefan-Boltzmann.

L'expression (1) traduit le bilan thermique du corps considéré, le second terme représente les pertes par rayonnement de ce corps noir à la température T_M .

Il est évident que l'on ne peut, en aucun cas, agir sur la valeur d'équilibre de ce bilan en conservant l'ensemble des hypothèses faites ci-dessus.

Cependant, on pourra, en particulier, élever la valeur de T_M si l'on considère que l'on dispose non plus d'un corps noir, mais d'un matériau dont le comportement vis à vis des radiations est différent selon leurs longueurs d'onde /1/ , /2/ , /3/ , /4/.

Si, en effet, on considère que le corps est parfaitement absorbant pour les radiations qui constituent le spectre du rayonnement incident et possède en même temps un facteur d'émission ϵ_{IR} inférieur à l'unité pour les radiations qu'il émet à la température T_M , le second membre de l'expression du bilan radiatif est multiplié par ce coefficient :

$$\Phi_i = S \cdot \sigma \cdot (T_M^4 - T_E^4) \cdot \epsilon_{IR} .$$

(*) Isolation parfaite des faces arrières, anneaux de garde, ...

La valeur de T_M sera d'autant plus élevée que celle de ϵ_{IR} sera plus faible. Ceci peut être important si l'on veut, par exemple, utiliser ce corps comme capteur de l'énergie rayonnante Φ_i.

Théoriquement, cette solution est séduisante dans le cas de la captation du rayonnement solaire car les domaines de longueurs d'onde correspondant au flux énergétique incident, d'une part, et à celui émis par la surface du corps, d'autre part, sont très différenciés.

Il y a lieu cependant de remarquer que la réalisation de telles surfaces d'échange est d'autant moins simple que l'on désire obtenir de très faibles valeurs de ϵ_{IR}, sans trop diminuer l'absorption de l'énergie incidente.

Dans ce même cadre de recherche sur la captation de l'énergie solaire, un autre procédé connu depuis longtemps, sous le nom d'"effet de serre" /5/, consiste à interposer, entre le corps et le milieu extérieur, un filtre transparent pour le flux incident Φ_i et opaque pour le flux émis par le corps.

Là encore, les problèmes technologiques soulevés par la réalisation d'un tel filtre ne sont pas simples si l'on veut obtenir un effet très important ; les solutions simples existantes ne produisent que des résultats limités.

Il existe un autre procédé qui permet de limiter les pertes radiatives d'une surface par l'effet antirayonnant de certaines structures ; nous nous proposons de décrire dans cet exposé le fonctionnement de ces structures associées à diverses surfaces de captation.

Lors de la Conférence des Nations Unies sur les Sources Nouvelles d'Energie, organisée à Rome en 1961 /6/, G. Francia a présenté un "Collecteur d'Energie Rayonnante Solaire", qui, par sa simplicité et son rendement élevé, permettait de prévoir son utilisation à une échelle industrielle.

Ce collecteur peut être schématisé par un tronc de cône dont l'axe est dirigé vers le soleil et dont l'angle d'ouverture est au moins égal à la grandeur apparente du soleil, placé devant la surface de captation (figure 1).

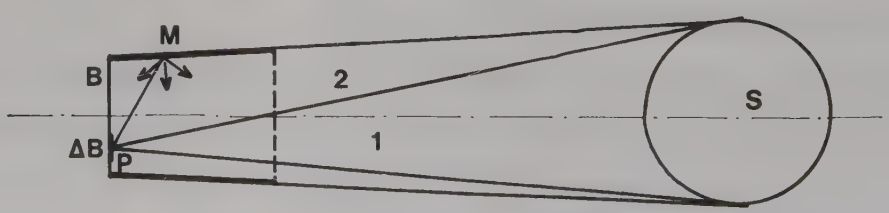


Figure 1

Compte tenu de sa géométrie, on voit que ce collecteur ne limite pas le flux incident sur la portion de surface considérée.

On suppose , par ailleurs, que les parois du tronc de cône utilisé sont noires, non conductrices de la chaleur et thermiquement isolées extérieurement. La surface de captation B est considérée comme noire et conductrice de la chaleur.

Soit une surface élémentaire ΔB entourant un point P de B. L'élément ΔB étant porté à une température T_B émet dans toutes les directions de manière isotrope. Les rayons énergétiques peuvent être divisés en trois catégories :

1/ceux qui repartent directement vers le soleil (zone 1 de la figure),

2/ceux qui sortent du tronc de cône sans rencontrer les parois et ne sont pas dirigés vers le soleil (zone 2 de la figure),

3/ceux qui sont interceptés par les parois du tronc de cône.

Soit PM un de ces derniers rayons, il rencontre la paroi au point M . La paroi étant noire, l'énergie correspondant à ce rayon est absorbée et réémise dans toutes les directions :

- une partie retourne sur le fond, limitant ainsi la perte d'énergie,
- une partie sort du tronc de cône et se perd,
- une partie rencontre à nouveau une paroi, est absorbée et renouvelle le processus décrit ci-dessus.

Pratiquement, le diamètre apparent du soleil étant très petit, on peut utiliser un collecteur cylindrique. On utilise en fait non pas un seul collecteur, mais un grand nombre de cellules réunies entre elles de manière à former une structure prismatique qui rappelle, lorsque les cellules sont hexagonales, celle d'un nid d'abeille (honeycomb).

Le principe de fonctionnement ne dépend pas de la forme de la section droite du collecteur considéré et on peut, à partir de cette remarque, imaginer des structures *simples* lorsque la géométrie le permet (section droite carrée, hexagonale, triangulaire...) ou *mixtes* dans le cas contraire (par exemple cellules circulaires et cellules à section curviligne carrée ou triangulaire).

Les parois des cellules que nous avons décrites sont supposées "noires", celles-ci ne peuvent donc être utilisées que dirigées vers le soleil. Cela en limite le domaine d'application. Cependant, si les températures auxquelles on veut porter la surface de captation sont relativement basses (par exemple $800^{\circ}K$) , les parois peuvent être réalisées avec un matériau à comportement sélectif : absorbant pour les radiations de longueurs d'onde situées dans le domaine infra-rouge $\Delta\lambda_R$ émises par la surface de base et transparent pour la plus grande partie du spectre solaire $\Delta\lambda_S$ (figure 2).

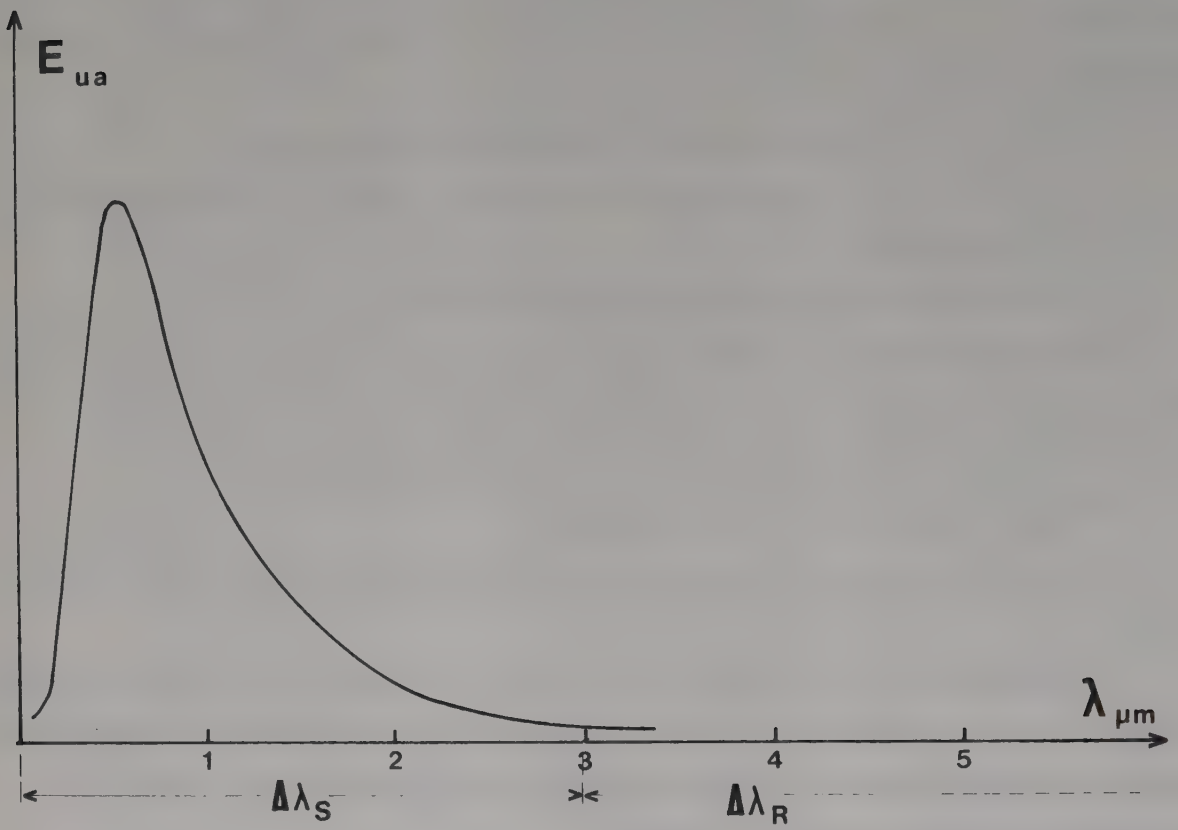


Figure 2

Certains chercheurs avaient pressenti cet effet. Rappelons d'abord avec Tabor /7/ que dès 1929, en URSS, B.P. et V.B. Veinberg /8/ avaient employé des structures comparables à celles que nous étudions, mais l'interruption de leurs travaux laisse supposer que les parois dont ils se servaient ne possèdaient pas les propriétés optiques requises pour obtenir l'effet antirayonnant. Il semble, d'autre part, que les dimensions relatives de leurs cellules (paramètres dont nous montrerons la grande importance), ne permettaient pas d'obtenir un effet antirayonnant notable.

En 1960, à l'Institut d'Energie Solaire de l'Université d'Alger, M. Perrot et ses collaborateurs, avaient combiné avec cet effet antirayonnant (dont ils n'avaient pas rendu compte d'une manière explicite) un effet anticonvectif en cherchant à faire circuler un fluide en sens inverse du rayonnement.

Au cours de la Conférence de Rome évoquée plus haut, G. Francia présenta une étude théorique de cellule rectangulaire à base noire, en supposant à priori, une variation linéaire de l'émittance du bas de paroi jusqu'à l'ouverture, les émittances à chaque extrêmité étant respectivement celles de la base et de l'ouverture.

La résolution mathématique de ce problème était relativement compliquée et les équations obtenues ne permettaient pas de parvenir à un résultat facilement utilisable.

Une première simplification a été immédiatement apportée par M. Perrot et certains de ses collaborateurs du Laboratoire d'Héliotechnique, dans le cas particulier de cellules à base carrée /9/, puis à plans parallèles /10/ , /11/ , /12/. Cette simplification, obtenue grâce à l'utilisation de la notion de facteur d'angle, compte tenu d'une variation linéaire de l'émittance le long des parois, permet d'aboutir à une expression très simple de la puissance perdue par la surface recouverte de cellules.

Par la suite, de nouveaux travaux ont été réalisés au même laboratoire, en tenant compte d'une détermination plus précise de la variation de l'émittance. Ces travaux reprenaient les études de Hottel et Keller /13/ sur la variation de l'émittance des parois de l'ouverture d'un four.

Dans le cas d'ouvertures rectangulaires, carrées..., ces auteurs, s'ils ont bien mis en évidence une variation linéaire, ont montré qu'il existe des discontinuités entre les émittances du haut de la paroi et celle de l'ouverture, ainsi qu'une discontinuité de même amplitude au niveau de l'autre extrêmité.

G.P. Sacco /14/ , /15/, dans le cas de cellules à section circulaire et nous mêmes /16/, dans le cas de cellules plans parallèles, avions retrouvés ces résultats.

Compte tenu de cette variation, nous avions établi une formule donnant la valeur de ces discontinuités /17/.

Nous avons par la suite /18/ , /19/, présenté les résultats de travaux se rapportant à des structures cellulaires associées à des surfaces de bases sélectives.

Dans la première partie de ce travail, nous avons voulu apporter une justification mathématique plus rigoureuse des résultats précédemment obtenus à l'aide de l'hypothèse de la linéarité de l'émittance le long des parois, hypothèse qui avait été vérifiée quantitativement dans quelques cas particuliers.

Nous avons donc entrepris une étude plus approfondie des équations traduisant les bilans thermiques à différents niveaux.

Ne pouvant résoudre ces équations analytiquement, nous avons recherché systématiquement leurs propriétés. Afin de simplifier l'écriture de l'équation de variation de l'émittance, nous avons mis en évidence une fonction Ψ qui ne dépend que de la géométrie de la cellule.

L'étude des propriétés de cette fonction Ψ nous a conduit à prouver l'existence et l'égalité de discontinuités d'émittance, sans supposer a priori de solution linéaire.

Nous avons pu également montrer, sans faire d'autres hypothèses, que le facteur de réduction des pertes d'une surface "noire" recouverte d'une structure cellulaire ne dépend, ni de la température de la base, ni de celle de l'environnement et qu'il n'est fonction que des caractéristiques géométriques de la cellule.

Nous avons ensuite, pour deux cas particuliers, déterminé numériquement, à l'aide d'un ordinateur, les valeurs de l'émittance le long des parois. Ces valeurs sont en tout point conformes à celles que nous avions théoriquement prévues. L'allure de cette variation nous a suggéré de considérer comme linéaire la fonction décrivant la variation de l'émittance d'un point en fonction de sa cote et donc de retrouver les expressions permettant de calculer les discontinuités dans tous les cas.

La concordance remarquable entre les valeurs des discontinuités obtenues par cette méthode et celles obtenues précédemment justifie donc pleinement l'emploi de cette solution linéaire.

Nous avons ensuite poursuivi notre étude en associant surface de captation sélective-structure cellulaire antirayonnante. Cela nous a amené à utiliser alors la notion de facteur d'angle généralisé, qui nous a permis d'obtenir en première approximation les propriétés de cette association de matériaux. Nous avons ensuite, dans un cas particulier, et grâce à l'utilisation de la notion de facteur de transfert par rayonnement, déterminé plus précisemment ces propriétés, ce qui nous a permis d'évaluer la précision du calcul effectué.

Dans le cadre des travaux expérimentaux que nous avons effectués pour vérifier les résultats de notre étude, nous avons été amenés à définir la notion de facteur directionnel d'émission apparente de l'ouverture des cellules. Le calcul et l'expérience nous ont alors permis de tracer des indicatrices complétant la connaissance de ce dispositif.

Avant d'exposer la partie théorique de notre travail, nous allons tout d'abord procéder à quelques rappels et compléments sur les échanges radiatifs. Nous donnerons ensuite de façon détaillée les hypothèses de travail que nous avons adoptées. Nous introduirons enfin l'importante notion de hauteur réduite.

CHAPITRE I

RAPPELS ET COMPLEMENTS

1 - TRANSFERTS DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT -

Les transferts thermiques par rayonnement entre deux surfaces quelconques font intervenir différents facteurs :

1/ l'angle sous lequel chacune des surfaces est vue par l'autre,

2/ leurs caractéristiques d'émission et d'absorption,

3/ la présence de surfaces voisines ayant un facteur de réflexion non nul.

Nous résumerons ici quelques propriétés se rapportant à la notion de *facteur d'angle géométrique*, qui sont utilisables lorsque les surfaces entre lesquelles se produisent les transferts sont noires, qu'elles soient ou non entourées d'autres surfaces de mêmespropriétés optiques.

Dans certains cas particuliers, mettant en jeu des surfaces grises, on peut définir un *facteur d'angle généralisé* permettant de traiter, de manière relativement simple, les échanges radiatifs entre ces surfaces. Nous rappellerons quelques propriétés de ces facteurs et une méthode permettant de les calculer.

Enfin, nous définirons un facteur de *transfert par rayonnement* qui concerne l'échange thermique entre surfaces grises quelconques, entourées de corps également gris.

1-1 - Echanges par rayonnement entre surfaces noires : le facteur d'angle géométrique :

/20/ , /21/ , /22/ , /23/ , /24/ , /25/ , /26/ , /27/.

1-1-1 - Notion de facteur d'angle géométrique (figure I-1) -

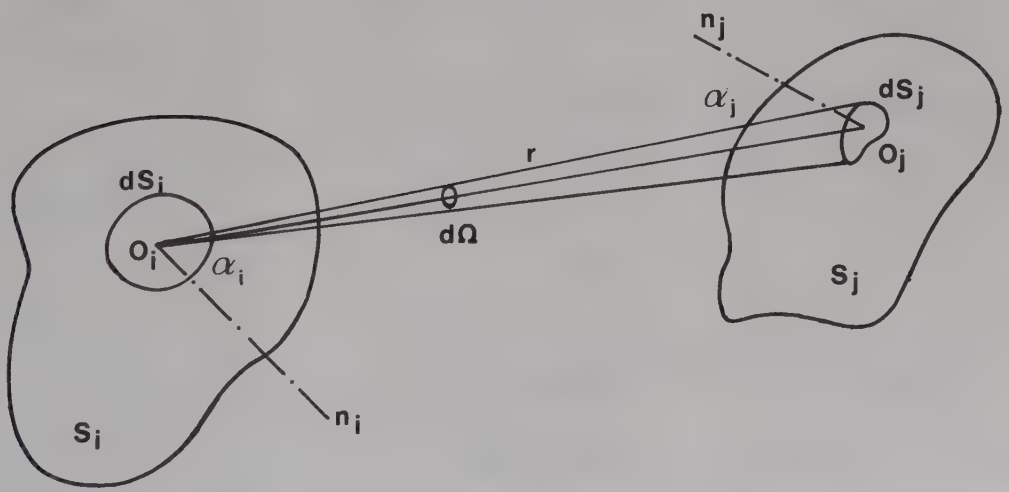


Figure I-1

Considérons un élément de surface noire, d'aire dS_i , de température T_i. Son émittance M_i est donnée par la loi de Stefan Boltzmann : $M_i = \sigma . T_i^4$

σ étant la constante de Stefan Boltzmann.

Le flux énergétique Φ_{dS_i} émis par cet élément de surface dans toutes les directions est donné par :

$$\Phi_{dS_i} = dS_i \cdot M_i \qquad \text{(I-1)}$$

La surface considérée étant noire, son émittance M_i et la luminance L_i sont liées par la relation : $M_i = \pi . L_i$.

La portion de flux émis par dS_i , atteignant une surface élémentaire dS_j à une distance r de dS_i , a pour expression :

$$\Phi_{dS_i, dS_j} = L_i \cdot dU \qquad \text{(I-2)}$$

Cette formule met en évidence les deux paramètres, l'un dépendant de la source, l'autre purement géométrique de l'échange radiatif entre deux surfaces.

L'étendue de faisceau dU s'exprime, en fonction des angles α_i et α_j entre les normales n_i , n_j aux surfaces élémentaires avec le segment de longueur r , qui joint les points O_i et O_j centres de dS_i et dS_j , par :

$$dU = \frac{dS_i \cdot dS_j \cdot \cos\alpha_i \cdot \cos\alpha_j}{r^2} \quad .$$

La relation (I-2) peut se mettre aussi sous la forme :

$$\Phi_{dS_i, dS_j} = \frac{M_i}{\pi} \cdot \frac{dS_i \cdot dS_j \cdot \cos\alpha_i \cdot \cos\alpha_j}{r^2} \quad , \qquad \text{(I-3)}$$

ou encore, $d\Omega_i$ étant l'angle solide sous lequel on voit dS_j de O_i :

$$\Phi_{dS_i, dS_j} = \frac{M_i}{\pi} \cdot dS_i \cdot \cos\alpha_i \cdot d\Omega_i \quad . \qquad \text{(I-4)}$$

On pose :

$$\Phi_{dS_i, dS_j} = dS_i \cdot M_i \cdot F_{dS_i, dS_j} \quad . \qquad \text{(I-5)}$$

La comparaison entre les relations (I-5) et (I-4) entraîne :

$$F_{dS_i, dS_j} = \frac{1}{\pi} \cdot \cos\alpha_i \cdot d\Omega_i \qquad \text{(I-6)}$$

Remarquons tout d'abord que F_{dS_i, dS_j} est un nombre sans dimension, et d'autre part, qu'il ne dépend que de paramètres géométriques. Ces remarques justifient l'appellation : *facteur d'angle géométrique* .

Certains auteurs /20/ l'appellent facteur d'angle , d'autres, /23/ , /24/, tenant compte de ce que ce facteur dépend, en particulier, des formes des surfaces concernées, l'appellent facteur de forme.

Nous utilisons l'appellation facteur d'angle géométrique pour bien montrer que,dans le cas de surfaces noires, ce facteur ne dépend que de paramètres géométriques (formes, positions relatives). Il n'en sera pas de même lors de l'étude des transferts radiatifs entre surfaces grises.

Dans l'écriture du facteur d'angle géométrique, le premier indice est relatif à la surface émettrice, le second à la surface réceptrice. Certains auteurs /23/ , /24/, ont adopté une convention d'écriture différente.

Si on considère maintenant une surface finie S_i , noire, isotherme, d'émittance M_i , cette surface émet dans toutes les directions :

$$\Phi_{S_i} = M_i \cdot S_i \cdot \qquad \text{(I-7)}$$

Le flux d'énergie envoyé par S_i sur une surface S_j est tel que :

$$\Phi_{S_i , S_j} = \iint_{S_i} \iint_{S_j} dS_i \cdot \cos \alpha_i \cdot d\Omega_i \quad . \qquad \text{(I-8)}$$

On pose encore :

$$\Phi_{S_i , S_j} = S_i \cdot M_i \cdot F_{S_i , S_j} \quad . \qquad \text{(I-9)}$$

Cette relation permet de définir le facteur d'angle géométrique F_{S_i , S_j} entre deux surfaces finies S_i et S_j :

$$F_{S_i , S_j} = \frac{1}{\pi \cdot S_i} \cdot \iint_{S_i} \iint_{S_j} dS_i \cdot \cos \alpha_i \cdot d\Omega_i \quad . \qquad \text{(I-10)}$$

Compte tenu des flux émis dans toutes les directions par les surfaces dS_i et S_i , les relations (I-5) et (I-9) peuvent s'écrire :

$$\Phi_{dS_i , dS_j} = \Phi_{dS_i} \cdot F_{dS_i , dS_j}$$

$$\Phi_{S_i , S_j} = \Phi_{S_i} \cdot F_{S_i , S_j}$$

Dans ces deux expressions, on peut remarquer que les facteurs d'angle géométriques peuvent être définis comme :

"... la fraction du rayonnement émis dans toutes les directions par une surface noire (dS_i ou S_i) qui est reçue par une autre surface (dS_j ou S_j)".

Remarque : on peut définir de la même manière les facteurs d'angle géométriques entre dS_j et dS_i, (F_{dS_j}, dS_i), et entre S_j et S_i (F_{S_j}, S_i).

1-1-2 - Relations entre les facteurs d'angle géométriques -

a) Relations d'addition ou de conservation

Soit une surface S_i en présence de n surfaces S_1, S_2, S_j, ..S_n, le facteur d'angle géométrique entre S_i et la surface formée par l'ensemble $S_1 + S_2 - + \cdot S_n$ est tel que :

$$F_{S_i, S_1 + S_2 + \ldots S_n} = \sum_{j=1}^{n} F_{S_i, S_j} \qquad \text{(I-11)}$$

Cas particulier : si on considère n surfaces S_j disposées de telle manière qu'elles entourent complétement la surface S_i, on a :

$$\sum_{j=1}^{n} F_{S_i, S_j} = 1 \quad . \qquad \text{(I-12)}$$

Remarque : dans certains cas, la relation de conservation permet de déduire un facteur d'angle géométrique à partir de la connaissance de certains autres. Nous utiliserons souvent cette méthode dans la suite de nos calculs.

b) Relation de réciprocité

A partir de la définition que nous avons donnée du facteur géométrique, on démontre très facilement la relation de réciprocité qui existe entre deux surfaces S_1, S_j et les facteurs d'angle géométriques relatifs aux transferts de chaleur par rayonnement entre ces surfaces.

$$S_i \cdot F_{S_i, S_j} = S_j \cdot F_{S_j, S_i} \qquad \text{(I-13)}$$

Conséquence : cette relation de réciprocité permet d'écrire très simplement l'échange de chaleur par rayonnement entre S_i et S_j :

En effet, le transfert de S_i vers S_j est tel que :

$$\Phi_{S_i, S_j} = S_i \cdot M_i \cdot F_{S_i, S_j} \quad , \qquad \text{(I-14)}$$

tandis que celui de S_j vers S_i est donné par :

$$\Phi_{S_j, S_i} = S_j \cdot M_j \cdot F_{S_j, S_i} \qquad (I\text{-}15)$$

L'échange radiatif entre S_i et S_j a pour expression :

$$\Phi_{\overleftrightarrow{S_i, S_j}} = \Phi_{S_i, S_j} - \Phi_{S_j, S_i}$$

Compte tenu des relations de réciprocité, cet échange s'écrit donc :

$$\Phi_{S_i, S_j} = S_i \cdot F_{S_i, S_j} \cdot (M_i - M_j) = S_j \cdot F_{S_j, S_i} \cdot (M_i - M_j) \ . \qquad (I\text{-}16)$$

Comme on le voit, il suffit de connaitre un seul facteur d'angle géométrique pour établir l'échange thermique entre deux surfaces. En outre, ayant le choix entre deux facteurs équivalents, on pourra, au cours des calculs, choisir celui dont l'expression est la plus simple.

Remarque : Signalons que certains auteurs /23/, utilisent la notion de fonction d'échange entre surfaces émettrices. Cette fonction est déterminée comme suit. A partir de la relation (I-3), établissant le transfert entre deux surfaces élémentaires dS_i et dS_j, on pose :

$$\Phi_{dS_i, dS_j} = M_i \cdot E_{dS_i, dS_j} \qquad (I\text{-}17)$$

La fonction d'échange élémentaire E_{dS_i, dS_j} s'écrit :

$$E_{dS_i, dS_j} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\cos \alpha_i \cdot \cos \alpha_j \cdot dS_i \cdot dS_j}{r^2} \qquad (I\text{-}18)$$

Si les surfaces ne sont plus élémentaires mais finies, la fonction d'échange entre les surfaces S_i et S_j a pour expression :

$$E_{S_i, S_j} = \frac{1}{\pi} \iint_{S_i} \iint_{S_j} \frac{\cos \alpha_i \cdot \cos \alpha_j}{r^2} \, dS_i \cdot dS_j \ . \qquad (I\text{-}19)$$

On voit que la fonction est symétrique :

$$E_{S_i, S_j} = E_{S_j, S_i} \ . \qquad (I\text{-}20)$$

On peut remarquer aussi que facteurs d'angle géométriques et fonction d'échange sont liés par la relation :

$$F_{S_i, S_j} = \frac{E_{S_j, S_i}}{S_i} \qquad (I\text{-}21)$$

Dans certains cas particuliers, la recherche des facteurs d'angle géométriques est facilitée par l'utilisation des fonctions d'échange, les calculs effectués étant simplifiés du fait de la symétrie existant dans les relations. On peut déduire ensuite facilement le facteur d'angle géométrique correspondant par la relation (I-21).

1-1-3 - Expression de quelques facteurs d'angle géométriques -

Dans la partie théorique de notre travail, nous étudions comme cas particuliers d'application, les structures cellulaires plans parallèles et les structures cellulaires circulaires. La plupart des facteurs d'angle utilisés ont pour origine le théorème des diagonales pour les structures plans parallèles et la formule de Christiansen pour les structures circulaires.

a) Théorème des diagonales

Ce théorème, énoncé par H.C. Hottel /20/ , est relatif aux surfaces de dimensions infinies dans une direction (figure I-2) et engendrées par une droite qui se déplace toujours parallèlement à elle-même ; toutes les sections droites perpendiculaires à cette droite sont donc identiques.
Il s'énonce comme suit :

"Pour la catégorie de surfaces décrites, le produit $S_i \cdot F_{S_i, S_j}$, relatif à l'échange de chaleur entre S_i et S_j , par unité de longueur, dans un plan normal au plan de la figure, est égal à la somme des longueurs des courbes croisées tendues entre les extrêmités des lignes représentant les deux surfaces, diminuées de la somme des longueurs des courbes non croisées tendues de même façon entre ces lignes, le tout étant divisé par 2".

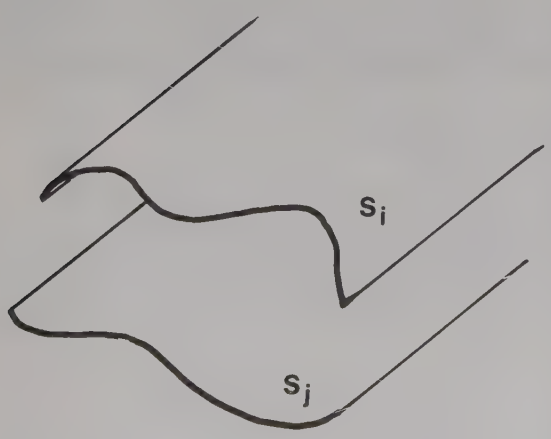


Figure I-2

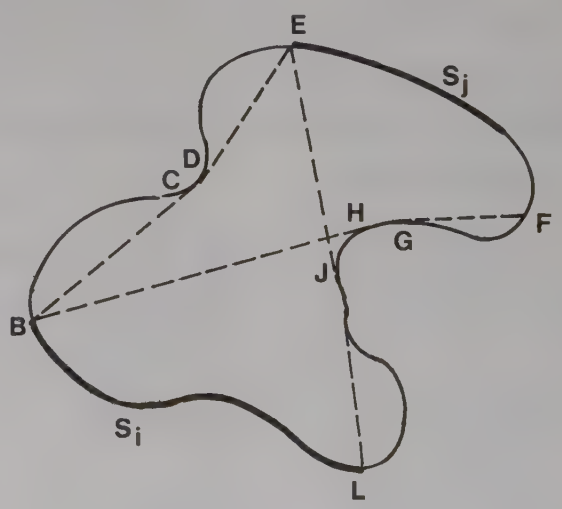


Figure I-3

On peut donner comme application de ce théorème la valeur du produit $S_i \cdot F_{S_i, S_j}$ correspondant au cas particulier de la figure (I-3). Cette figure correspond à une section droite des surfaces S_i et S_j :

$$S_i \cdot F_{S_i, S_j} = S_j \cdot F_{S_j, S_i} = \frac{(\overline{LKJE} + \overline{BH}) - (\overline{BCDE} + \overline{LKJHGF})}{2} \qquad (I\text{-}22)$$

b) Formule de Christiansen

Le facteur d'angle géométrique entre deux cercles dont l'axe de révolution est confondu a été donné par M. Jakob /21/ , à partir de travaux effectués par H.B. Keene en 1913 /28/ sous une forme modifiée par H.C. Hottel. Il a été repris par F. Kreith /22/ sous une forme légèrement différente.

Soit S_i et S_j (figure I-4) deux cercles de rayons b et c séparés par la distance a . Posons $B = b/a$ et $C = c/a$.

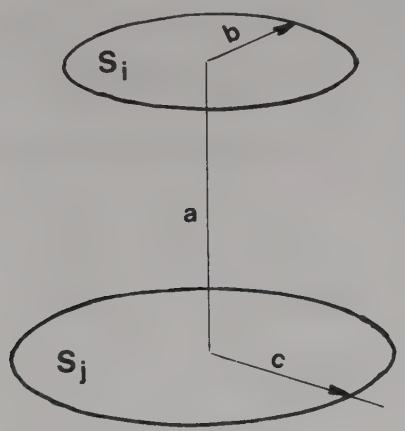


Figure I-4

Le facteur d'angle entre S_i et S_j est donné par :

$$F_{S_i, S_j} = \frac{1 + B^2 - C^2 - \sqrt{(1 + B^2 + C^2)^2 - 4B^2C^2}}{2C^2} \qquad (I\text{-}23)$$

On a aussi :

$$F_{S_j, S_i} = \frac{1 + B^2 + C^2 - \sqrt{(1 + B^2 + C^2)^2 - 4B^2C^2}}{2B^2} \qquad (I\text{-}24)$$

Lorsque $b = c$, donc $B = C$, on retrouve la formule qui avait été donnée par C.Christiansen en 1883 /29/ :

$$F_{S_i, S_j} = F_{S_j, S_i} = \frac{1+2B^2 - \sqrt{1+4B^2}}{2B^2} \qquad \text{(I-25)}$$

1-2 - Echanges par rayonnement entre surfaces grises : le facteur d'angle généralisé :

L'évaluation du transfert thermique par rayonnement entre deux surfaces qui peuvent ne pas être noires, entourées de corps dont les surfaces ont, elles aussi, un facteur d'émission qui peut être différent de l'unité, ne peut plus être réalisée simplement à l'aide de la notion de facteur d'angle géométrique que nous venons de définir.

En effet, il y a lieu de tenir compte, en plus du flux envoyé directement d'une surface vers l'autre, de celui dû à la réflexion du flux incident sur les autres surfaces ainsi que sur elles-mêmes.

On se propose, par exemple, d'évaluer le flux énergétique issu d'une surface S_i , de facteur d'émission ϵ_i , atteignant une surface S_j de facteur d'émission ϵ_j . Une partie de ce flux correspond à la fraction déterminée par le facteur d'angle géométrique F_{S_i, S_j} .
Soit φ_D ce flux direct :

$$\varphi_D = \epsilon_i \cdot S_i \cdot M_i \cdot F_{S_i, S_j} \qquad \text{(I-26)}$$

Le flux Φ_D absorbé par S_j a pour expression :

$$\Phi_D = \epsilon_j \cdot \epsilon_i \cdot S_i \cdot M_i \cdot F_{S_i, S_j} \qquad \text{(I-27)}$$

Mais le flux total émis par S_i se distribue aussi sur les autres surfaces en présence. Ces surfaces ayant un facteur de réflexion différent de zéro, en réfléchissent une partie et une fraction de flux atteint ainsi S_j soit directement, soit après une ou plusieurs réflexions.

Soit Φ_{ID} ce flux reçu par S_j et provenant indirectement de S_i . Le flux , émis par S_i et absorbé par S_j , se compose donc de deux termes :

$$\Phi_{S_i, S_j} = \Phi_D + \Phi_{ID} \qquad \text{(I-28)}$$

Dans le cas général, l'évaluation de Φ_{S_i, S_j} pose donc un problème pratiquement inextricable. Une solution a été donnée par plusieurs auteurs /20/ , /26/ , dans le cas particulier ou les surfaces possèdent les propriétés thermodynamiques du corps gris et sont, en outre, disposées de telle manière que le flux issu de S_i provoque une répartition uniforme d'éclairement sur chacune d'elles.

La condition géométrique imposée se trouve exactement réalisée dans quelques cas particuliers (plans parallèles, surfaces sphériques concentriques...) ou, avec une bonne approximation, lorsque les surfaces qui interviennent sont très éloignées l'une de l'autre.

Lorsque ces conditions sont réunies, on pose que le flux Φ_{S_i, S_j}, émis par une surface S_i, absorbé par une surface S_j, s'écrit :

$$\Phi_{S_i, S_j} = \epsilon_i \cdot S_i \cdot M_i \cdot \mathcal{F}_{S_i, S_j} \quad (I\text{-}28)$$

$\mathcal{F}_{S_i, S_j}$ est appelé, suivant les auteurs : *facteur d'angle généralisé* ou *facteur d'absorption*. Pour ne pas confondre avec le facteur d'absorption α, caractéristique optique d'une surface et afin d'éviter toute ambiguïté, nous conserverons la première dénomination.

Ce facteur ne tient pas compte seulement de la géométrie des surfaces et de leurs positions relatives, mais aussi de leurs facteurs d'émission.

1-2-1 - Détermination du facteur $\mathcal{F}_{S_i, S_j}$

Le flux $\epsilon_i \cdot S_i \cdot M_i$ émis par la surface S_i se distribue sur les n surfaces voisines suivant des proportions déterminées par les facteurs d'angles F_{S_i, S_1}, F_{S_i, S_2}, ... F_{S_i, S_i}, ... F_{S_i, S_n}. Comme nous l'avons vu, le flux reçu par les surfaces est réparti uniformément sur chacune d'elles.

Considérons la surface S_k. Elle absorbe la portion $\epsilon_i \cdot S_i \cdot M_i \cdot F_{S_i, S_k} \cdot \epsilon_k$ du flux émis par S_i et réfléchit (si on appelle ρ_k le facteur de réflexion diffuse de cette surface) $\rho_k \cdot \epsilon_i \cdot S_i \cdot M_i \cdot F_{S_i, S_k}$ dans tout l'espace. La portion de ce flux réfléchi par S_k, atteignant S_j, est la même que celle du flux émis par S_k et atteignant S_j.

Compte tenu des hypothèses que nous avons faites, le flux issu de S_i et absorbé par S_j après réflexion sur S_k est donc : $\rho_k \cdot \epsilon_i \cdot S_i \cdot M_i \cdot F_{S_i, S_k} \cdot \mathcal{F}_{S_k, S_j}$.

Il en sera de même pour chacune des autres surfaces, y compris la surface S_i elle-même, si cette dernière est concave.

Le flux Φ_{ID}, émis par S_i, qui est absorbé par S_j, après réflexion sur les n surfaces, s'écrit donc :

$$\Phi_{ID} = \epsilon_i \cdot S_i \cdot M_i \left[F_{S_i,S_1} \cdot \rho_1 \cdot \mathcal{F}_{S_1,S_j} + \cdots F_{S_i,S_i} \cdot \rho_i \cdot \mathcal{F}_{S_i,S_j} + \cdots F_{S_i,S_k} \cdot \rho_k \cdot \mathcal{F}_{S_k,S_j} \cdots \right] \quad (I\text{-}29)$$

Finalement on trouve :

$$\Phi_{S_i,S_j} = \epsilon_i \cdot S_i M_i \cdot \left[\epsilon_j F_{S_i,S_j} + F_{S_i,S_1} \cdot \rho_1 \cdot \mathcal{F}_{S_1,S_j} + \cdots \quad F_{S_i,S_k} \cdot \rho_k \cdot \mathcal{F}_{S_k,S_j} + \cdots \right] \quad (I\text{-}30)$$

La comparaison entre les relations (I-30) et (I-28) entraîne :

$$\mathcal{F}_{S_i,S_j} = \epsilon_j \cdot F_{S_i,S_j} + F_{S_i,S_1} \cdot \rho_1 \cdot \mathcal{F}_{S_1,S_j} + \cdots + F_{S_i,S_k} \cdot \rho_k \cdot \mathcal{F}_{S_k,S_j} \quad , \tag{I-31}$$

Après avoir posé : $\alpha_{rs} = F_{S_r,S_s} \cdot \rho_s$ il vient :

$$\mathcal{F}_{S_i,S_j} = \epsilon_j \cdot F_{S_iS_j} + \alpha_{i1} \cdot \mathcal{F}_{S_1,S_j} + \cdots \alpha_{ik} \cdot \mathcal{F}_{S_k,S_j} \quad .$$

ou encore :

$$\alpha_{i1} \cdot \mathcal{F}_{S_1,S_j} + \cdots (\alpha_{ii} - 1) \cdot \mathcal{F}_{S_i,S_j} + \cdots \alpha_{ik} \cdot \mathcal{F}_{S_k,S_j} + \epsilon_j \cdot F_{S_i,S_j} = 0 \tag{I-32}$$

En écrivant cette équation pour chacune des surfaces en présence :

$$\begin{aligned}
&(\alpha_{11} - 1) \cdot \mathcal{F}_{S_1,S_j} + \alpha_{12} \cdot \mathcal{F}_{S_2,S_j} + \cdots \alpha_{1n} \cdot \mathcal{F}_{S_n,S_j} + \epsilon_j \cdot F_{S_1,S_j} = 0 \\
&\alpha_{21} \cdot \mathcal{F}_{S_1,S_j} + (\alpha_{22} - 1) \cdot \mathcal{F}_{S_2,S_j} + \cdots \alpha_{2n} \cdot \mathcal{F}_{S_n,S_j} + \epsilon_j \cdot F_{S_2,S_j} = 0 \qquad \text{(I-33)} \\
&\text{---------------------------------------} \\
&\alpha_{n1} \cdot \mathcal{F}_{S_1,S_j} + \alpha_{n2} \cdot \mathcal{F}_{S_2,S_j} + \cdots (\alpha_{nn^{-1}}) \cdot \mathcal{F}_{S_n,S_j} + \epsilon_j \cdot F_{S_n,S_j} = 0 \quad ,
\end{aligned}$$

on obtient un système,de n équations à n inconnues, qui permet de calculer les valeurs de n facteurs d'angles généralisés que nous avons utilisés.

1-2-2 - Relations entre les facteurs d'angle généralisés

a) Relations d'addition

$\mathcal{F}_{S_i,S_j}$, $\mathcal{F}_{S_i,S_k}$, ... $\mathcal{F}_{S_i,S_l}$ étant les facteurs d'angle généralisés entre la surface S_i et les surfaces S_i , S_k , S_l ... on a, de la même manière que pour les facteurs d'angles géométriques :

$$\mathcal{F}_{S_i,S_j} + \mathcal{F}_{S_i,S_k} + \mathcal{F}_{S_i,S_l} + \cdots = \mathcal{F}_{S_i,S_j + S_k + S_l} \tag{I-34}$$

Cas particuliers : les surfaces S_1 , S_2 , S_j..S_n entourent complètement la surface S_i , dans ce cas :

$$\sum_{j=1}^{n} \mathcal{F}_{S_i,S_j} = 1$$

b) Relations de réciprocité

Il existe une relation liant les facteurs $\mathcal{F}_{S_i,S_j}$ et $\mathcal{F}_{S_j,S_i}$ relatifs aux transferts entre S_i et S_j à ces surfaces et à leurs facteurs d'émission ϵ_i, ϵ_j :

$$\epsilon_i \cdot S_i \cdot \mathcal{F}_{S_i, S_j} = \epsilon_j \cdot S_j \cdot \mathcal{F}_{S_j, S_i} \qquad \text{(I-36)}$$

Remarque : Certains auteurs /22/ , /30/ , /31/ , utilisent, dans ces cas de transfert, la notion d'émittance apparente nommée aussi *"densité de rayonnement effectif"*, ou *"radiosity"* en anglais, et qui est définie comme suit :

En un point x d'une surface grise, l'émittance apparente E (x) est égale à la somme de deux termes :

$$E(x) = \epsilon M + \rho\, \mathcal{H}(x)$$

ϵ étant le facteur d'émission du matériau,

M l'émittance du corps noir à température T,

$\mathcal{H}(x)$ le flux incident sur l'unité de surface en x provenant de tous les éléments voisins.

1-3 - Echanges par rayonnement entre surfaces grises : le facteur de transfert par rayonnement -

On suppose encore que les surfaces concernées sont grises, mais que leur position relative est quelconque. On ne peut donc plus admettre que les flux sont répartis uniformément sur chacune d'elles.

Afin de distinguer ce cas du précédent, et, par analogie avec les facteurs d'angle généralisés, posons :

$$\Phi_{S_i, S_j} = \epsilon_i \cdot S_i \cdot M_i \cdot f_{S_i, S_j} \qquad \text{(I-37)}$$

Nous donnerons à f_{S_i, S_j} la dénomination de facteur de transfert par rayonnement entre les surfaces S_i et S_j. Les seuls échanges considérés dans ce travail étant ceux dûs au rayonnement, on nommera plus simplement f_{S_i, S_j} facteur de transfert.

1-3-1 - Détermination du facteur de transfert f_{S_i, S_j}

Soit à étudier le transfert radiatif entre les surfaces S_i et S_j en présence de surfaces S_m , S_n .... Si on divise chacune de ces surfaces en aires ΔS suffisamment petites afin que les flux les atteignant puissent être considérés comme uniformes, on se trouve ramené au cas précédent, les surfaces prises en compte étant maintenant les éléments ΔS.

La portion du flux de chaleur Φ_{S_i, S_j} , émis par S_i et absorbée par S_j se compose

de flux reçus soit directement, soit après réflexion sur chacune des surfaces :

$$\Phi_{S_i,S_j} = \epsilon_i \cdot S_i \cdot M_i \left[\epsilon_j \cdot F_{S_i,S_j} + \rho_i \sum_{S_i} F_{S_i,\Delta S_i} \sum_{S_j} \mathcal{F}_{\Delta S_i,\Delta S_j} + \right.$$

$$\left. + \rho_m \sum_{S_m} F_{S_i,\Delta S_m} \sum_{S_j} \mathcal{F}_{\Delta S_m,\Delta S_j} \ldots \right] \qquad \text{(I-38)}$$

En comparant les expressions (I-37) et (I-38), on peut déduire une relation liant f_{S_i,S_j} aux facteurs optiques ϵ_j, ρ_j ... et aux facteurs d'angle géométriques et généralisés :

$$f_{S_i,S_j} = \epsilon_j \cdot F_{S_i,S_j} + \rho_i \sum_{S_i} F_{S_i,\Delta S_i} \sum_{S_j} \mathcal{F}_{\Delta S_i,\Delta S_j} \cdots +$$

$$+ \rho_m \sum_{S_m} F_{S_i,\Delta S_m} \cdot \sum_{S_j} \mathcal{F}_{\Delta S_m,\Delta S_j} \qquad \text{(I-39)}$$

Dans le cas où la surface S_i est convexe, les facteurs d'angle géométriques $F_{S_i,\Delta S_i}$ sont nuls et la relation (I-39) devient :

$$f_{S_i,S_j} = \epsilon_j \cdot F_{S_i,S_j} + \rho_m \cdot \sum_{S_m} F_{S_i,\Delta S_m} \sum_{S_j} \mathcal{F}_{\Delta S_m,\Delta S_j} + \ldots \qquad \text{(I-40)}$$

1-3-2 - Relations entre les facteurs de transfert

Les relations de réciprocité et d'addition relatives aux facteurs d'angle généralisés sont encore valables dans ce cas et on peut écrire :

$$f_{S_i,S_j} + f_{S_i,S_k} = f_{S_i,S_j+S_k} \qquad \text{(I-41)}$$

$$\epsilon_i \cdot S_i \cdot f_{S_i,S_j} = \epsilon_j \cdot S_j \cdot f_{S_j,S_i} \qquad \text{(I-42)}$$

Conclusion :

Nous venons de rappeler les différents facteurs permettant de calculer les échanges par rayonnement entre diverses surfaces, qu'elles soient thermodynamiquement noires ou grises.

Il est important de remarquer que *la notion de facteur de transfert peut s'appliquer dans tous les cas, mais que son utilisation conduit à des expressions difficilement exploitables. Par contre, les facteurs d'angle généralisés sont d'un emploi plus commode et permettent, en particulier, d'aboutir à des expressions analytiques des bilans radiatifs.*

Aussi, avons-nous utilisé cette notion pour étudier, dans la suite de notre travail, des structures associées à des bases grises.

2 - DESCRIPTION DES DIVERS ELEMENTS ETUDIES : HYPOTHESES DE TRAVAIL -

2-1 - Surface de base -

On suppose que les bases considérées sont parfaitement conductrices de la chaleur et donc que leurs températures sont uniformes.

On étudiera successivement l'association entre une structure cellulaire et une surface de base noire, puis, entre une structure cellulaire et une surface de base sélective. Dans ce second cas, la surface sélective utilisée a un facteur d'absorption voisin de l'unité pour les radiations contenues dans l'intervalle $\Delta\lambda_S$ (Introduction, fig.2) de longueurs d'ondes du spectre solaire et présente les propriétés du corps gris pour les radiations comprises dans le domaine $\Delta\lambda_R$.

2-2 - Structure cellulaire -

Ainsi qu'on l'a vu dans l'introduction, les parois de cellules sont réalisées à l'aide d'un matériau ayant un facteur d'émission égal à l'unité pour les radiations correspondant au spectre d'un corps noir porté à la même température que la base.

Ce matériau doit posséder en outre une conductivité thermique très faible afin de rendre négligeable les échanges par conduction.

On peut considérer, pour les structures de type *simple*, que chaque cellule est thermiquement isolée latéralement ; deux cellules contigües présentant la même distribution de température. On suppose que cette propriété se conserve pour les structures de type *mixte* .

Compte tenu de cette remarque, l'étude théorique d'une seule cellule nous permettra de déduire les propriétés de la structure correspondante.

On fera enfin, au cours des calculs, l'hypothèse de l'uniformité de la température le long d'une section droite. Cette propriété est évidente pour les structures que nous étudions comme exemple d'application (circulaire, plans parallèles). Il n'en est pas de même dans le cas général. Il est montré par ailleurs /32/ que cette hypothèse peut être acceptée avec une assez bonne précision.

3 - NOTION DE HAUTEUR REDUITE -

Montrons, à partir des deux cas particuliers que nous étudions tout au long de notre travail, qu'on peut déterminer les propriétés antirayonnantes d'un type de cellule à partir d'un seul paramètre géométrique la concernant : la hauteur réduite.

3-1 - Cellules circulaires : (figure I-5)

Les expressions des facteurs d'angle que nous utilisons pour l'étude des structures circulaires, sont toutes issues de la formule donnant le facteur d'angle entre deux surfaces planes, circulaires, coaxiales.

Appliqué au cas particulier que constituent les cellules cylindriques, ce facteur s'exprime par :

$$F_{b,E} = \frac{1}{2Z^2} \cdot \left[H^2 + Z^2 + R^2 - \sqrt{(H^2 + Z^2 + R^2)^2 - 4R^2 Z^2} \right] \qquad (I\text{-}43)$$

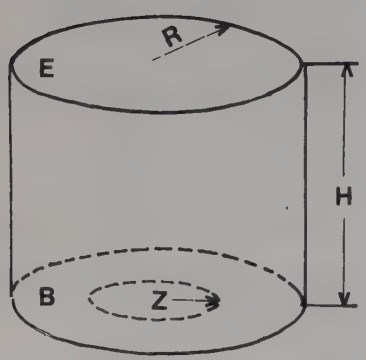


Figure I-5

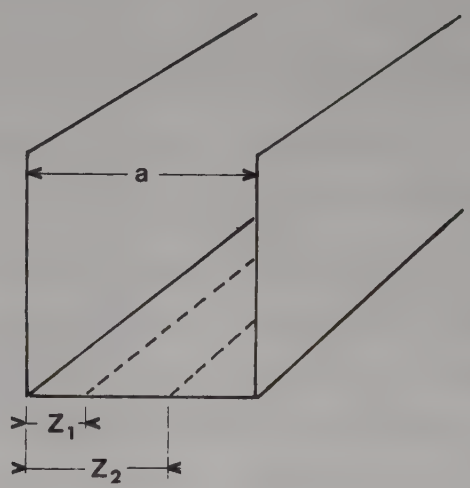


Figure I-6

H étant la hauteur d'une cellule

Z le rayon d'un cercle b , concentrique à la surface de base ; Z étant toujours inférieur ou au plus égal au rayon R de la base.

Dans le cas particulier où Z = R, on retrouve une variante de la formule de Christiansen :

$$F_{B,E} = \frac{1}{2R^2} \cdot \left[H^2 + 2R^2 - \sqrt{(H^2 + 2R^2)^2 - 4R^4} \right] \qquad (I\text{-}44)$$

Multiplions et divisons (I-43) par $(2R)^2$. Il vient :

$$F_{b,E} \quad \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2R}{Z}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{H}{2R}\right)^2 + \left(\frac{Z}{2R}\right)^2 + \left(\frac{R}{2R}\right)^2 - \sqrt{\left[\left(\frac{H}{2R}\right)^2 + \left(\frac{Z}{2R}\right)^2 + \left(\frac{R}{2R}\right)^2\right]^2 - 4\left(\frac{R}{2R}\right)^2 \cdot \left(\frac{Z}{2R}\right)^2} \right]$$

Après avoir posé :

$$\frac{H}{2R} = h \quad , \quad \frac{Z}{2R} = z \, ,$$

la formule (I-43) s'écrit simplement :

$$F_{b,E} = \frac{1}{2z^2} \left[h^2 + z^2 + 0{,}25 - \sqrt{(h^2 + z^2 + 0{,}25)^2 - z^2} \right] \qquad \text{(I-45)}$$

La formule de Christiansen devient :

$$F_{B,E} = 1 + 2h^2 - 2h \, . \sqrt{1 + h^2} \qquad \text{(I-46)}$$

3-2 - Cellules plans parallèles - (figure I-6)

Dans ce cas, le facteur d'angle entre une portion de la base, de largeur $\Delta z = Z_2 - Z_1$ orientée parallèlement aux parois, et l'ouverture E est tel que :

$$F_{b,E} = \frac{1}{2(Z_2 - Z_1)} \cdot \left[\sqrt{H^2 + Z_2^2} + \sqrt{H^2 + (a - Z_1)^2} - \sqrt{H^2 + Z_1^2} - \sqrt{H^2 + (a - Z_2)^2} \right] \qquad \text{(I-47)}$$

Le facteur d'angle entre la base et l'ouverture a pour expression :

$$F_{B,E} = \frac{1}{a} \cdot \left[\sqrt{H^2 + a^2} - H \right] \quad . \qquad \text{(I-48)}$$

De la même manière que précédemment, on peut simplifier l'écriture de ces facteurs d'angle en les multipliant et en les divisant par a et en posant : $z = \frac{Z}{a}$, $h = \frac{H}{a}$.

Il vient : $F_{b,E} = \frac{1}{2(z_2 - z_1)} \cdot \left[\sqrt{h^2 + z_2^2} + \sqrt{h^2 + (1-z_1)^2} - \sqrt{h^2 + z_1^2} - \sqrt{h^2 + (1-z_2)^2} \right]$, (I-49)

$$F_{B,E} = \sqrt{h^2 + 1} - h \qquad \text{(I-50)}$$

Les grandeurs h et z que nous venons de définir dans ces deux cas particuliers, étant rapportées à un des paramètres permettant de définir géométriquement une cellule, sont des *grandeurs réduites.*

Tous les facteurs d'angle que nous utiliserons au cours de notre étude ne dépendent que de h et de z. Nous pouvons donc déterminer entièrement les propriétés relatives au rayonnement d'une structure par la seule connaissance de h , *hauteur réduite* , z n'intervenant que dans des calculs intermédiaires.

Dans la suite de notre travail, nous n'utiliserons que la hauteur réduite comme paramètre fondamental d'une cellule.

REPERTOIRE DES NOTATIONS - (figure 1)

1 - Notations relatives à la géométrie d'une cellule -

p	:	périmètre d'une section droite
S	:	surface d'une section droite
H	:	hauteur absolue
h	:	hauteur relative
B	:	surface de base
E	:	surface d'ouverture
x , y	:	cote d'un élément de cellule, mesurée à partir de la base
pdx , pdy	:	bandes annulaires élémentaires de paroi, situées respectivement aux cotes x , y et de hauteurs dx , dy.

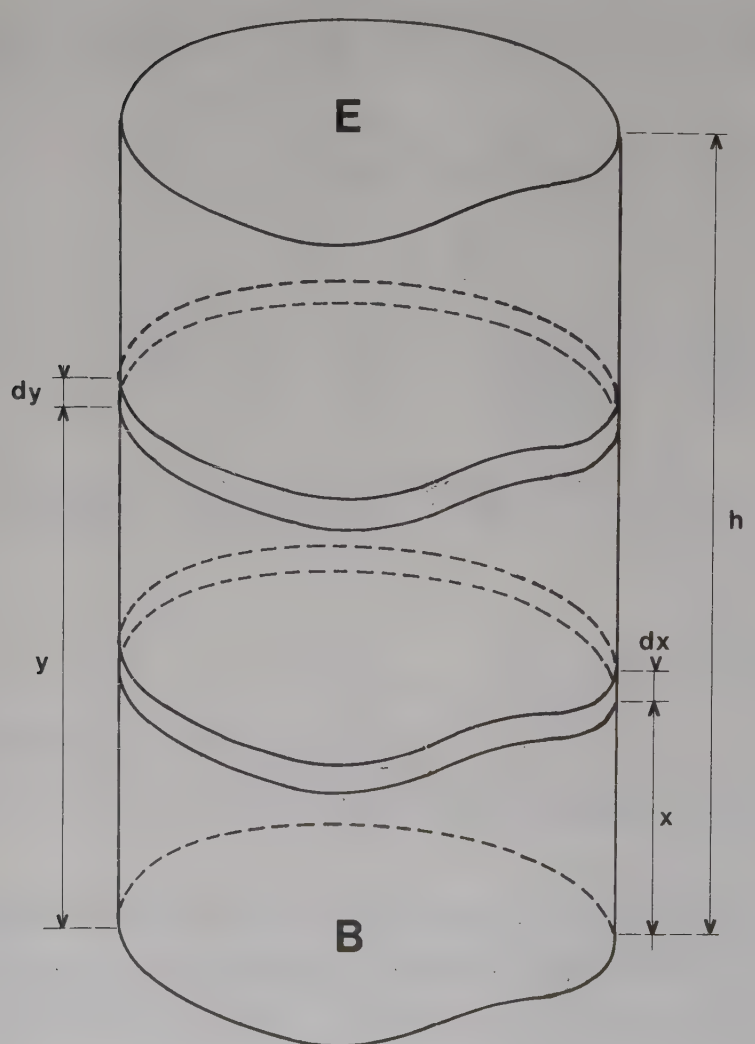


Figure 1.

2 - Notations relatives aux températures, émittances

Toutes les températures sont exprimées en degré absolu (^{o}K), les émittances en watts par mètre carré ($W.m^{-2}$).

T_B : température de la base

T_E : température de l'ouverture

T_x : température de la surface pdx

T_y : température de la surface pdy

M_E : émittance du corps noir à température T_E

M_B : émittance du corps noir à température T_B

M_x : émittance du corps noir à température T_x

M_y : émittance du corps noir à température T_y

ϵ_B : facteur d'émission de la base

$\epsilon_{\alpha M}$: facteur d'émission apparente en un point M de la surface d'ouverture, dans une direction faisant un angle α avec la normale en M à cette surface.

φ : flux énergétique

ϕ : flux énergétique par unité de surface.

3 - Notations concernant les facteurs d'angle

3-1 - Facteurs d'angle géométriques :

F_{S_i,S_j} : facteur d'angle géométrique entre les surfaces S_i et S_j

$F_{E,B}$: facteur d'angle géométrique entre l'ouverture et la base

$F_{E,dy}$, $F_{E,dx}$ facteurs d'angle géométriques respectifs entre l'ouverture et les surfaces pdy et pdx

$F_{dx,dy}$: facteur d'angle géométrique entre les surfaces pdx et pdy

$F_{B,dy}$, $F_{B,dx}$ facteurs d'angle géométriques respectifs entre la base et les surfaces pdy et pdx

$F_{B,h}$: facteur d'angle géométrique entre la base et la paroi

$F_{dx,h}$, $F_{dy,h}$ facteurs d'angle géométriques respectifs entre les éléments pdx, pdy et la paroi.

3-2 - Facteurs d'angle généralisés :

Les notations des facteurs d'angle généralisés sont les mêmes que celles définies pour les facteurs d'angle géométriques, la lettre F étant remplacée par $\mathcal{F}$.

3-3 - Facteurs de transfert par rayonnement :

On remplace, dans ce cas, la lettre F correspondant aux facteurs d'angle géométriques par la lettre f.

CHAPITRE II

STRUCTURE CELLULAIRE ANTIRAYONNANTE ASSOCIEE A UNE SURFACE DE BASE NOIRE

Au cours de l'introduction nous avons montré qualitativement que les structures cellulaires permettent de réduire les transferts d'énergie s'effectuant par rayonnement à partir de la surface qu'elles recouvrent.

Dans le présent chapitre, nous proposons une étude quantitative de ce phénomène, en nous placant dans le cas où les surfaces recouvertes sont thermodynamiquement noires.

Afin d'évaluer les modifications dues à la présence des structures cellulaires, nous considérons tout d'abord le bilan radiatif tel qu'il s'établit au niveau de la surface de base. L'équation représentative de ce bilan fait intervenir l'émittance des parois d'une cellule, la valeur de cette émittance variant depuis la base jusqu'à l'ouverture. Nous avons donc été amenés à étudier la variation de cette grandeur le long des parois d'une cellule et nous avons montré qu'on pouvait la considérer comme étant linéaire.

Cette linéarité nous a permis d'obtenir une expression facilement exploitable du bilan radiatif au niveau de la surface de base d'une cellule.

A partir de cette expression nous avons pu, d'une part, calculer la température limite atteinte par cette surface sous certaines conditions et, d'autre part, mettre en évidence un facteur caractérisant les propriétés antirayonnantes de ces cellules : le facteur de réduction.

1 - MISE EN EQUATION DU BILAN RADIATIF DE LA SURFACE DE BASE -

Le fait qu'une structure soit réalisée par assemblage de cellules identiques nous a permis de montrer, dans l'introduction, que chaque cellule peut être considérée comme thermiquement isolée latéralement Les seuls échanges radiatifs à considérer sont donc ceux qui ont lieu entre la paroi, la base et l'ouverture d'une seule cellule.

Tous les éléments d'une cellule sont thermodynamiquement noirs. La loi de Stefan-Boltzmann permet donc d'écrire que les émittances de la base à température T_B , de l'ouverture à température T_E et d'une surface élémentaire de paroi à la cote y , de hauteur dy et à température T_y sont respectivement, σ étant la constante de Stefan-Boltzmann :

$$M_B = \sigma . T_B^4 \quad , \quad M_E = \sigma . T_E^4 \quad , \quad M_y = \sigma . T_y^4$$

Afin d'établir le bilan radiatif de la base, nous écrirons que le flux des pertes φ_P de cette surface correspondent à la différence entre le flux qu'elle émet, φ_B , et les flux qu'elle reçoit de l'ouverture, $\varphi_{E,B}$, et de la paroi, $\varphi_{P,B}$.

Ces flux ont respectivement pour expression :

$$\varphi_B = S.M_B \, , \, \varphi_{E,B} = S.M_E . F_{E.B} \, , \, \varphi_{P,B} = \int_0^h p.dy.M_y . F_{dy,B} \quad .$$

Le bilan radiatif de la base s'écrit donc :

$$\varphi_P = S.M_B - S.M_E . F_{E,B} - \int_0^h p.dy.M_y . F_{dy,B} \quad , \qquad \text{(II-1)}$$

L'utilisation des relations de réciprocité entre facteurs d'angle géométriques (I-2-2) entraîne :

$$\varphi_P = S . (M_B - M_E . F_{E,B} - \int_0^h M_y . F_{B,dy})$$

On déduit immédiatement de cette relation que les pertes par unité d'aire de la surface de base sont donnés par :

$$\Phi_P = M_B - M_E . F_{E,B} - \int_0^h M_y . F_{B,dy} \qquad \text{(II-2)}$$

Le bilan radiatif (II-2) permet :

- soit de calculer les pertes Φ_P connaissant les valeurs des émittances de la base et de l'ouverture (respectivement M_B et M_E),
- soit de calculer M_B connaissant Φ_P et M_E .

Il dépend, par ailleurs, des facteurs d'angle géométriques $F_{E,B}$ et $F_{dy,B}$ lesquels peuvent être facilement déterminés. et de la variation de l'émittance M_y en fonction de y.

C'est cette variation de l'émittance que nous nous proposons d'étudier maintenant.

2 - VARIATION DE L'EMITTANCE LE LONG DE LA PAROI D'UNE CELLULE -

On peut représenter symboliquement une cellule par une surface prismatique possédant des propriétés thermodynamiques déterminées (pouvoir émissif égal à 1, conduction thermique négligeable), en contact avec une source froide et une source chaude, ces deux sources étant également noires thermodynamiquement et de températures respectivement uniformes.

Les seules sources de chaleur étant situées aux niveaux de la base et de l'ouverture, il ne peut y avoir d'élément de paroi dont la température soit supérieure à celle de la base ou inférieure à celle de l'ouverture ; il en est de même pour l'émittance de cet élément.

D'autre part, compte tenu de l'hypothèse de l'uniformité de la température sur une section droite, on peut admettre, et on le vérifiera expérimentalement (III-6), que le long de la paroi, depuis la base jusqu'à l'ouverture de la cellule, les valeurs de la température, et donc de l'émittance, décroissent.

Si l'origine des cotes est prise au niveau de l'intersection entre la base et la paroi, on est amené à chercher une fonction monotone, bornée et décroissante sur l'intervalle (0,h) afin de représenter la valeur M_y de l'émittance d'un point de la paroi situé à la cote y.

Pour déterminer la variation de M_y en fonction de y , il faut établir le bilan radiatif de la couronne élémentaire de paroi située à la côte y.

2-1 - Bilan radiatif d'une couronne élémentaire de paroi -

Afin d'obtenir ce bilan radiatif, on écrit qu'à l'équilibre thermique, le flux émis par cette couronne élémentaire est égal à la somme des flux qu'elle reçoit respectivement de la base, de l'ouverture et du reste de la paroi.

Soit :

$$M_y \cdot p.dy = S.M_E \cdot F_{E,dy} + S.M_B \cdot F_{B,dy} + \int_0^h p.dx \cdot M_x \cdot F_{dx,dy} \qquad \text{(II-3)}$$

pdx étant l'aire d'une couronne élémentaire de paroi, de cote variable x, de hauteur dx.

Après utilisation des relations de réciprocité (I-2-2) et tous calculs faits, on trouve :

$$M_y = M_E \cdot F_{dy,E} + M_B \cdot F_{dy,B} + \int_0^h M_x \cdot F_{dy,dx} \qquad \text{(II-4)}$$

Cette équation ne fait intervenir que des facteurs d'angle géométriques et des émittances. Elle est donc liée à la géométrie de la cellule et aux valeurs des émittances M_B et M_E ; elle contient en outre les émittances M_y et M_x que nous nous proposons de déterminer.

Une remarque très simple permet d'obtenir une expression réduite du bilan radiatif.

2-2 - Forme réduite du bilan radiatif -

Afin d'établir cette forme réduite, utilisons la relation de conservation entre facteurs d'angle géométriques (I-2-2).

Cette relation permet d'écrire :

$$F_{dy,E} = 1 - F_{dy,B} - F_{dy,h} \qquad (II\text{-}5)$$

En remplaçant, dans l'équation (II-4), $F_{dy,E}$ par son expression (II-5), il vient :

$$M_y - M_E = (M_B - M_E) \cdot F_{dy,B} - M_E \cdot F_{dy,h} + \int_0^h M_x \cdot F_{dy,dx} \qquad (II\text{-}6)$$

Cette relation peut être simplifiée en remarquant que l'égalité

$$F_{dy,h} = \int_0^h F_{dy,dx} \quad ,$$

permet d'écrire :

$$M_y - M_E = (M_B - M_E) \cdot F_{dy,B} + \int_0^h (M_x - M_E) \cdot F_{dy,dx} \qquad (II\text{-}7)$$

En divisant les deux membres de cette égalité par $M_B - M_E$ et en définissant Ψ_y et Ψ_x telles que

$$\Psi_y = \frac{M_y - M_E}{M_B - M_E} \quad , \qquad \Psi_x = \frac{M_x - M_E}{M_B - M_E} \quad , \qquad (II\text{-}8)$$

on obtient finalement :

$$\Psi_y = F_{dy,B} + \int_0^h \Psi_x \cdot F_{dy,dx} \qquad (II\text{-}9)$$

Les variables Ψ_x et Ψ_y sont des grandeurs réduites, donc sans dimensions. On appellera équation réduite du bilan radiatif d'un élément de paroi l'équation (II-9).

Il apparaît sous la forme (II-9), que ce bilan radiatif se traduit par une équation de Fredholm de 2ème espèce /33/ , /34/.

Remarque : Compte tenu des observations que nous avions faites (II-2-) concernant la variation de l'émittance le long des parois, on voit immédiatement que la fonction Ψ_y est bornée par les valeurs 0 et 1 :

$$0 \leqslant \Psi_y \leqslant 1$$

L'équation réduite (II-9) montre aussi que Ψ_y ne dépend que de la géométrie d'une cellule.

2-3 - Etude du bilan radiatif -

On se propose maintenant d'étudier le bilan radiatif représenté par l'équation (II-9). Sa résolution étant impossible littéralement, on étudie les propriétés de la fonction Ψ_y que l'on peut déduire de cette équation. On met successivement en évidence : l'unicité de la solution, les valeurs limites de Ψ_y qui permettent de conclure à l'existence des discontinuités d'émittance et les symétries de cette fonction.

Les solutions doivent bien évidemment correspondre au problème physique posé ; en particulier, elles doivent être monotones et bornées sur l'intervalle fermé (0,h). Les solutions, si elles existent, qui ne tiendraient pas compte de ces conditions doivent être éliminées.

2-3-1 - Unicité de solution

Afin de démontrer qu'il ne peut exister qu'une solution et une seule, nous allons montrer que la différence $\Delta\Psi_y$ (ou $\Delta\Psi_x$) entre deux solutions distinctes Ψ_{1y} et Ψ_{2y} (ou Ψ_{1x} et Ψ_{2x}) de l'équation de Fredholm est toujours nulle.

Si donc, il existe deux solutions à cette équation, on peut écrire :

$$\Psi_{1y} = F_{dy,B} + \int_0^h \Psi_{1x} \cdot F_{dy,dx} \quad , \qquad \text{(II-10)}$$

$$\Psi_{2y} = F_{dy,B} + \int_0^h \Psi_{2x} \cdot F_{dy,dx} \quad . \qquad \text{(II-11)}$$

La différence entre ces deux équations est telle que :

$$\Delta\Psi_y = \int_0^h \Delta\Psi_x \cdot F_{dy,dx} \quad . \qquad \text{(II-12)}$$

On a ci-dessus l'équation de Fredholm de première espèce associée à l'équation (II-8) ; $\Delta\Psi_y$ est donc solution de l'équation de première espèce associée.

Une méthode permettant de démontrer la nullité de $\Delta\Psi_y$ consiste à montrer qu'elle est toujours inférieure ou égale à une valeur qui tend vers zéro.

Ψ_{1y} et Ψ_{2y}, étant solutions de l'équation traduisant le bilan radiatif, sont monotones et bornées sur l'intervalle (0,h) ; il en est de même pour leur différence $\Delta\Psi_y$ (ou $\Delta\Psi_x$).
On peut donc trouver un nombre M supérieur ou égal à $\Delta\Psi_y$ (et à $\Delta\Psi_x$).

Si, dans l'équation (II-12), on remplace $\Delta\Psi_x$ par ce nombre, on aboutit à l'inégalité :

$$\Delta\Psi_y \leqslant \int_0^h M \cdot F_{dy,dx}$$

M étant une constante, on peut écrire : $\Delta\Psi_y \leqslant M. \int_0^h F_{dy,dx}$,

ou encore : $\Delta\Psi_y \leqslant M \cdot F_{dy,h}$.

On a aussi :

$$\Delta\Psi_x \leqslant M \cdot F_{dx,h} .$$

Après avoir remplacé $\Delta\Psi_x$ par $M \cdot F_{dx,h}$ sous le signe somme de l'équation (II-12), il vient :

$$\Delta\Psi_y \leqslant \int_0^h M \cdot F_{dx,h} \cdot F_{dy,dx} .$$

La fonction $F_{dx,h}$ est maximum pour $x=\frac{h}{2}$. La majoration de ce facteur d'angle par sa valeur maximum permet d'écrire :

$$\Delta\Psi_y \leqslant M. \left[F_{dx,h}\right]_{x=\frac{h}{2}} \cdot F_{dy,h} .$$

On a de même :

$$\Delta\Psi_x \leqslant M. \left[F_{dx,h}\right]_{x=\frac{h}{2}} \cdot F_{dx,h} .$$

On peut alors remplacer $\Delta\Psi_x$ dans l'équation (II-12) par $M. \left[F_{dx,h}\right]_{x=\frac{h}{2}} \cdot F_{dx,h}$,
et poursuivre le même raisonnement. Si on procède n fois de cette manière on obtient :

$$\Delta\Psi_y \leqslant M. \left[F_{dx,h}\right]^n_{x=\frac{h}{2}} \cdot F_{dy,h} .$$

n pouvant être aussi élevé qu'on le désire.

La valeur du terme $\left[F_{dx,h}\right]_{x=\frac{h}{2}}$ étant toujours inférieure à 1, le second membre de l'inégalité (II-4) tend vers 0 quand n augmente. On peut en déduire que $\Delta\Psi_y$ est nul .

Il n'y a donc au plus qu'une solution au problème posé.

2-3-2 - Etude des valeurs de Ψ_y aux bornes : existence de *discontinuités d'émittance* :

On se propose maintenant d'évaluer la fonction Ψ_y aux deux extrêmités de la cellule. Pour cela, nous allons montrer tout d'abord que cette fonction ne peut ni être nulle, ni être égale à l'unité.

En effet, $\Psi_y = 1$ entraine :

$$1 = F_{dy,B} + \int_0^h F_{dy,dx} .$$

Soit, en intégrant l'expression sous le signe somme :

$$1 = F_{dy,B} + F_{dy,h} \quad .$$

Cette expression n'est pas compatible avec la relation de conservation des facteurs d'angle géométriques (I-2-2) . La valeur de Ψ_y est donc toujours différente de 1.
De même , $\Psi_y = 0$ entraîne :

$$0 = F_{dy,B} \quad .$$

Cette égalité ne peut pas être vérifiée car ce facteur d'angle ne peut être nul. La valeur de Ψ_y est donc différente de 0.

Nous avions remarqué au paragraphe 2-2, que Ψ_y pouvait être bornée par 0 et 1, nous venons de démontrer qu'elle est bornée strictement par ces deux valeurs :

$$0 < \Psi_y < 1 .$$

Le fait que la fonction Ψ_y n'est jamais nulle. entraîne que sa valeur au niveau de l'ouverture est supérieure à 0. On peut alors écrire , M_h représentant la valeur de l'émittance à ce niveau :

$$\frac{M_h - M_E}{M_B - M_E} > 0 \quad .$$

On a donc toujours :

$$M_h > M_E \quad .$$

On démontre d'une manière équivalente que la valeur de la fonction Ψ_y , au niveau de la base, est inférieure à 1.

L'émittance M_o à ce niveau est par conséquent toujours inférieure à celle de la base :

$$M_0 < M_B$$

On voit que les émittances de la paroi aux niveaux de la base et de l'ouverture ne sont pas égales aux émittances de ces deux surfaces. Il existe donc *une discontinuité* δM_E *entre l'émittance du haut de la paroi et celle de l'ouverture.*

$$\delta M_E = M_h - M_E \qquad \text{(II-15)}$$

et *une discontinuité* δM_B *entre l'émittance du bas de la paroi et celle de la base :*

$$\delta M_B = M_B - M_0 \qquad \text{(II-16)}$$

Par commodité, nous emploierons dans la suite du texte, l'appellation *discontinuité d'émittance* bien que ce phénomène ne puisse pas être attribué à une variation brusque de l' émittance au sens analytique du terme, mais corresponde à la transition entre deux éléments distincts du système physique étudié.

L'étude de la fonction Ψ_y montre, sans aucune approximation ni hypothèse simplificatrice, qu'il existe des discontinuités d'émittance entre les extrêmités de la paroi, la base et l'ouverture des cellules.

2-3-3 - Symétries de la fonction Ψ_y : égalité des discontinuités d'émittance

L'étude des symétries existant dans les différents termes de l'équation (II-9) entraîne la mise en évidence d'une symétrie dans la variation de Ψ_y en fonction de y . Cette propriété de la fonction Ψ_y permet de conclure à l'égalité des discontinuités d'émittance.

Nous allons donc étudier successivement les termes de l'équation (II-9), puis, en exprimant d'une manière différente l'équation réduite du bilan radiatif, démontrer la symétrie de Ψ_y .

Symétrie des facteurs $F_{dy,B}$, $F_{dy,E}$

Compte tenu de la symétrie géométrique par rapport au milieu de la paroi d'une cellule, on peut conclure qu'il y a égalité entre le facteur d'angle géométrique correspondant à la couronne élémentaire située à la cote y et la base , $(F_{dy,B})_y$, et le facteur d'angle correspondant à un élément annulaire de cote h - y et l'ouverture , $(F_{dy,E})_{h-y}$, :

$$(F_{dy,B})_y = (F_{dy,E})_{h-y} \qquad \text{(II-17)}$$

On peut écrire de la même manière :

$$(F_{dy,E})_y = (F_{dy,B})_{h-y} \qquad \text{(II-18)}$$

Symétrie du facteur $F_{dy,dx}$

Pour un type de cellule donné, le facteur d'angle géométrique $F_{dy,dx}$ dépend de la valeur absolue de la distance entre les deux couronnes élémentaires pdy et pdx . En règle générale on a :

$$F_{dy,dx} = f(\ y - x\ ) . dx \qquad \text{(II-19)}$$

On peut donc écrire que le noyau de l'équation de Fredholm, $\frac{F_{dy\ ,\ dx}}{dx}$, est symétrique par rapport aux variables x et y .

Symétrie de la fonction Ψ_y

Afin de démontrer cette symétrie, nous allons établir de manière différente l'équation réduite du bilan radiatif.

La forme (II-9) de cette équation réduite a été obtenue en remplaçant $F_{dy,E}$ par $1 - F_{dy,B} - F_{dy,h}$ dans l'expression générale du bilan radiatif (II-4). Cette substitution a permis d'introduire la fonction $\Psi_y = \frac{M_y - M_E}{M_B - M_E}$.

On aurait pu tout aussi bien remplacer $F_{dy,B}$ par $1 - F_{dy,E} - F_{dy,h}$ dans l'équation (II-4) et introduire alors la fonction $\Psi'_y = \frac{M_B - M_y}{M_B - M_E}$.
Cela aurait permis d'aboutir à l'équation de Fredholm suivante :

$$\Psi'_y = F_{dy,E} + \int_0^h \Psi'_x \cdot F_{dy,dx} \quad . \qquad \text{(II-20)}$$

L'étude de cette équation et sa comparaison à l'équation (II-9) vont permettre de prouver la symétrie de la fonction Ψ_y . Pour cela, faisons un changement de variable et évaluons Ψ'_y à la côte $h - y$.
On a :

$$\Psi'_{h-y} = (F_{dy,E})_{h-y} + \int_0^h \Psi'_x \cdot (F_{dy,dx})_{h-y}$$

Compte tenu de la relation (II-18) cette équation devient :

$$\Psi'_{h-y} = (F_{dy,B})_y + \int_0^h \Psi'_x \cdot (F_{dy,dx})_{h-y} \quad ,$$

ou encore, en posant $(F_{dy,B})_y = F_{dy,B}$:

$$\Psi'_{h-y} = F_{dy,B} + \int_0^h \Psi'_x \cdot (F_{dy,dx})_{h-y} \qquad \text{(II-21)}$$

L'application de la relation (II-19) au facteur d'angle contenu dans l'intégrale de l'équation (II-21) permet d'écrire :

$$(F_{dy,dx})_{h-y} = f\,(\,|h - y - x|\,)\,.\,dx$$

ou encore :

$$(F_{dy,dx})_{h-y} = f\,(\,|y - (h-x)|\,)\,.\,dx \quad .$$

En substituant cette expression au facteur d'angle géométrique contenu dans l'intégrale de l'équation (II-21), il vient, après avoir effectué le changement de variable $u = h - x$:

$$\Psi'_{h-y} = F_{dy,B} - \int_h^0 \Psi'_{h-u} \cdot f\,(|y - u|)\,.\,du \quad . \qquad \text{(II-22)}$$

En permutant les bornes d'intégration et en remplaçant la variable muette u par la variable x, on obtient :

$$\Psi'_{h-y} = F_{dy,B} + \int_0^h \Psi'_{h-x} \cdot f(|y-x|) \cdot dx ,$$

donc, en tenant compte de l'égalité (II-9), on en déduit :

$$\Psi'_{h-y} = F_{dy,B} + \int_0^h \Psi'_{h-x} \cdot F_{dy,dx} \quad . \tag{II-23}$$

Ψ'_{h-y} est donc aussi solution de l'équation de Fredholm (II-9).

Cette équation n'admettant au plus qu'une solution, on en conclut :

$$\Psi_y = \Psi'_{h-y} \quad . \tag{II-24}$$

En remplaçant les membres de cette égalité par leurs expressions respectives, il vient :

$$\frac{M_y - M_E}{M_B - M_E} = \frac{M_B - M_{h-y}}{M_B - M_E} \quad ,$$

et donc : $M_y + M_{h-y} = M_B + M_E$,

L'application de cette relation au cas particulier $y = 0$ entraîne :

$$M_0 + M_h = M_B + M_E$$

Remarque : De part la définition de Ψ_y et Ψ'_y on a toujours, quelle que soit la valeur de y :

$$\Psi_y + \Psi'_y = 1$$

et donc l'égalité des discontinuités δM_E et δM_B compte tenu des relations (II-15, 16).

La relation (II-24) nous permet alors d'écrire :

$$\Psi_y + \Psi_{h-y} = 1 \ .$$

En prenant $y = \frac{h}{2}$, on en tire :

$$\Psi_{\frac{h}{2}} = \frac{1}{2} \quad .$$

La courbe représentative de la fonction Ψ_y en fonction de y est donc symétrique par rapport au point d'abscisse $y = \frac{h}{2}$ et d'ordonnées $\Psi_y = \frac{1}{2}$. De la variation de Ψ_y on peut déduire celle de M_y et montrer, en particulier, que la courbe de variation de M_y en fonction de y est symétrique par rapport au point d'abscisse $y = \frac{h}{2}$ et d'ordonnée $M_y = \frac{M_B + M_E}{2}$.

On peut traduire cette propriété de la variation de l'émittance le long des parois d'une cellule de la manière suivante :

La variation de l'émittance le long de la paroi d'une cellule est symétrique par rapport au milieu de cette paroi ; de plus, l'émittance d'une couronne élementaire située a ce niveau est toujours egale à la demi-somme des émittances de la base et de l'ouverture.

En outre, en dérivant une fois la fonction Ψ_y, on remarque que sa dérivée est symétrique par rapport au point d'abscisse $\frac{h}{2}$ et, en dérivant deux foix, qu'on a un point d'inflexion à ce niveau. Ces deux propriétés se retrouvent dans la variation de M_y avec y .

Conclusion :

L'étude de l'équation réduite du bilan radiatif d'un élément de paroi (II-9), nous permet de tirer les conclusions suivantes, relatives à la fonction Ψ_y :

- la courbe représentative de Ψ_y en fonction de y est symétrique par rapport au point d'inflexion ,
- on connait un point de la courbe de coordonnées $\Psi_{\frac{h}{2}}$, $\frac{h}{2}$,
- on sait que ce point est aligné avec deux autres points d'abscisse 0 et h .

On remarque qu'une variation linéaire de Ψ_y vérifierait ces conditions. Cependant, on a montré par ailleurs /33/ qu'un tel type de solution n'est pas rigoureusement satisfaisant.

2-3-4 - Résolution numérique de l'équation de Fredholm -

La difficulté essentielle rencontrée au cours de l'étude de l'équation (II-9) réside dans le calcul de l'intégrale contenue dans son second membre. Ne pouvant intégrer directement l'expression sous le signe somme, nous avons transformé l'intégrale en une somme discrète en effectuant un découpage de la paroi en n couronnes, perpendiculairement à l'axe de la cellule.

Ce découpage revient à considérer la paroi d'une cellule comme un empilement de n couronnes ayant chacune une valeur constante de la température, donc de l'émittance, et, par suite, de la fonction Ψ_y .

Chaque couronne a pour épaisseur h/n. On note X (ou Y) la couronne de cote centrale x (ou y) et on lui affecte l'émittance M_y (ou M_x) de son point milieu.

$F_{X,B}$ et $F_{X,Y}$ étant alors les facteurs d'angle respectifs entre la couronne X et la base, et entre les couronnes de cotes X et Y, on peut écrire le bilan radiatif (II-9) sous la forme :

$$\Psi_X = F_{X,B} + \sum_{1}^{n} \Psi_Y \cdot F_{X,Y} \qquad \text{(II-27)}$$

Soit i et j les indices réservés respectivement aux couronnes X et Y ; leurs cotes sont liées à i et j par les relations :

$$x = (i - \frac{1}{2}) \cdot \frac{h}{n} \quad , \quad y = (j - \frac{1}{2}) \cdot \frac{h}{n} \quad , \text{ i et j varient de 1 à n .}$$

Pour un découpage donné, l'équation (II-27) devient :

$$\Psi_i = F_{i,B} + \sum_{j=1}^{n} \Psi_j \cdot F_{i,j} \qquad \text{(II-28)}$$

On obtient ainsi un système de n équations à n inconnues :

$$\begin{aligned}
\Psi_1 &= F_{1,B} + \Psi_1 \cdot F_{1,1} + \Psi_2 \cdot F_{1,2} + \cdots + \Psi_n \cdot F_{1,n} \\
\Psi_2 &= F_{2,B} + \Psi_1 \cdot F_{2,1} + \Psi_2 \cdot F_{2,2} + \cdots + \Psi_n \cdot F_{2,n} \qquad \text{(II-29)} \\
&\vdots \\
\Psi_n &= F_{n,B} + \Psi_1 \cdot F_{n,1} + \Psi_2 \cdot F_{n,2} + \cdots + \Psi_n \cdot F_{n,n}
\end{aligned}$$

Sous forme matricielle, ce système devient :

$$\begin{vmatrix} 1 - F_{1,1} & - F_{1,2} & - F_{1,3} & \cdots & - F_{1,n} \\ - F_{2,1} & 1 - F_{2,2} & - F_{2,3} & \cdots & - F_{2,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ - F_{n,1} & - F_{n,2} & - F_{n,3} & \cdots & 1 - F_{n,n} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \cdots \\ \Psi_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_{1,B} \\ F_{2,B} \\ \cdots \\ F_{n,B} \end{vmatrix} \qquad \text{(II-30)}$$

ou encore :

$$A(i,j) \cdot B(i) = F(i) \qquad \text{(II-31)}$$

La matrice A (i , j) peut être simplifiée en tenant compte de relations d'égalité évidentes entre les différents facteurs d'angle.

Remarquons tout d'abord que :

$$1 - F_{1,1} = 1 - F_{2,2} = \cdots = 1 - F_{n,n} \quad .$$

On emploiera pour ces différences, de valeur égale, la notation F_1 .

D'autre part : $F_{1,2} = F_{2,1} = F_{2,3} = F_{3,2} = \cdots = F_{k,k+1} = F_{k+1,k}$;

ces différents facteurs ayant même valeur, on représentera cette valeur par $- F_2$.

De manière plus générale, pour $i \neq j$, on peut écrire :

$$F_{1,|i-j|+1} = F_{|i-j|+1,1} = F_{2,|i-j|+2} = F_{|i-j|+2,2} = F_{i,j} = F_{j,i} = F_{|i-j|+1} .$$

La matrice A (i , j) a finalement pour expression :

$$A(i,j) = \begin{vmatrix} F_1 & F_2 & F_3 & .... & F_n \\ F_2 & F_1 & F_2 & .... & F_{n-1} \\ F_3 & F_2 & F_1 & .... & F_{n-2} \\ .... & .... & .... & .... & .... \\ F_n & F_{n-1} & .... & .... & F_1 \end{vmatrix} \qquad \text{(II-32)}$$

On remarque que cette matrice est symétrique par rapport à la première diagonale et que tous les éléments dont les indices, de lignes et de colonnes, diffèrent respectivement d'une unité, sont égaux.

Pour calculer la matrice A, il suffit donc de calculer les n éléments de la première ligne horizontale et de compléter la matrice selon la remarque précédente.

Afin de résoudre ce système de n équations à n inconnues, nous avons dû utiliser les techniques de calcul numérique sur ordinateur.

Cas particuliers étudiés :

a) Cellules plans parallèles :

Les éléments de la matrice A s'écrivent pour ce type de cellule, Δh étant la hauteur du découpage de la paroi :

$$F_{i,j} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{(|i-j|+1)^2 + \frac{1}{\Delta h^2}} + \sqrt{(|i-j|-1)^2 + \frac{1}{\Delta h^2}} - 2\sqrt{(i-j)^2 + \frac{1}{\Delta h^2}}\right] \qquad \text{(II-33)}$$

On a aussi :

$$F_{i,B} = \frac{1}{2}\left[1 + \sqrt{(i-1)^2 + \frac{1}{\Delta h^2}} - \sqrt{i^2 + \frac{1}{\Delta h^2}}\right] \qquad \text{(II-34)}$$

b) Cellules circulaires :

Dans ce cas, les divers éléments deviennent :

$$F_{i,j} = \Delta h + |j-i| \cdot \sqrt{(j-i)^2 \cdot \Delta h^2 + 1} - \frac{(|j-i|+1)}{2} \cdot \sqrt{(|j-i|+1)^2 \cdot \Delta h^2 + 1}$$

$$- \frac{(|j-i|-1)}{2} \cdot \sqrt{(|j-i|-1)^2 \cdot \Delta h^2 + 1} \qquad \text{(II-35)}$$

$$F_{i,B} = \frac{1}{2}\left[i\sqrt{i^2 \cdot \Delta h^2 + 1} - (i-1)\sqrt{(i-1)^2 \cdot \Delta h^2 + 1}\right] - (i - \frac{1}{2}) \cdot \Delta h \qquad \text{(II-36)}$$

Les remarques faites sur la symétrie des éléments de la matrice A(i,j), nous ont permis de supprimer les valeurs absolues des différences entre j et i apparaissant dans la formulation de $F_{i,j}$. Il suffit en effet de calculer les éléments pour lesquels j est supérieur à i et d'effectuer ensuite une symétrie par rapport à la diagonale principale de la matrice.

Résultats obtenus :

Les courbes des figures (II-1....4) représentent la variation de Ψ_y en fonction de y pour les deux types de cellule que nous étudions comme cas particuliers et pour plusieurs hauteurs relatives.

Dans tous les cas, la courbe obtenue est pratiquement linéaire. Cependant, l'existence d'un point d'inflexion au niveau du milieu de la paroi apparait nettement. Remarquons que les courbures autour de ce point d'inflexion sont d'autant plus accentuées que les hauteurs relatives sont importantes.

L'écart entre la variation de Ψ_y que nous venons de trouver et une variation linéaire est cependant très faible et il semble que l'on puisse considérer avec une bonne approximation que la courbe représentative de Ψ_y en fonction de y est une droite.

Afin de vérifier cette approximation, on comparera les valeurs numériques des discontinuités obtenues par le calcul que nous venons d'effectuer et celles qu'on obtiendra en linéarisant la variation de Ψ_y et donc l'émittance M_y.

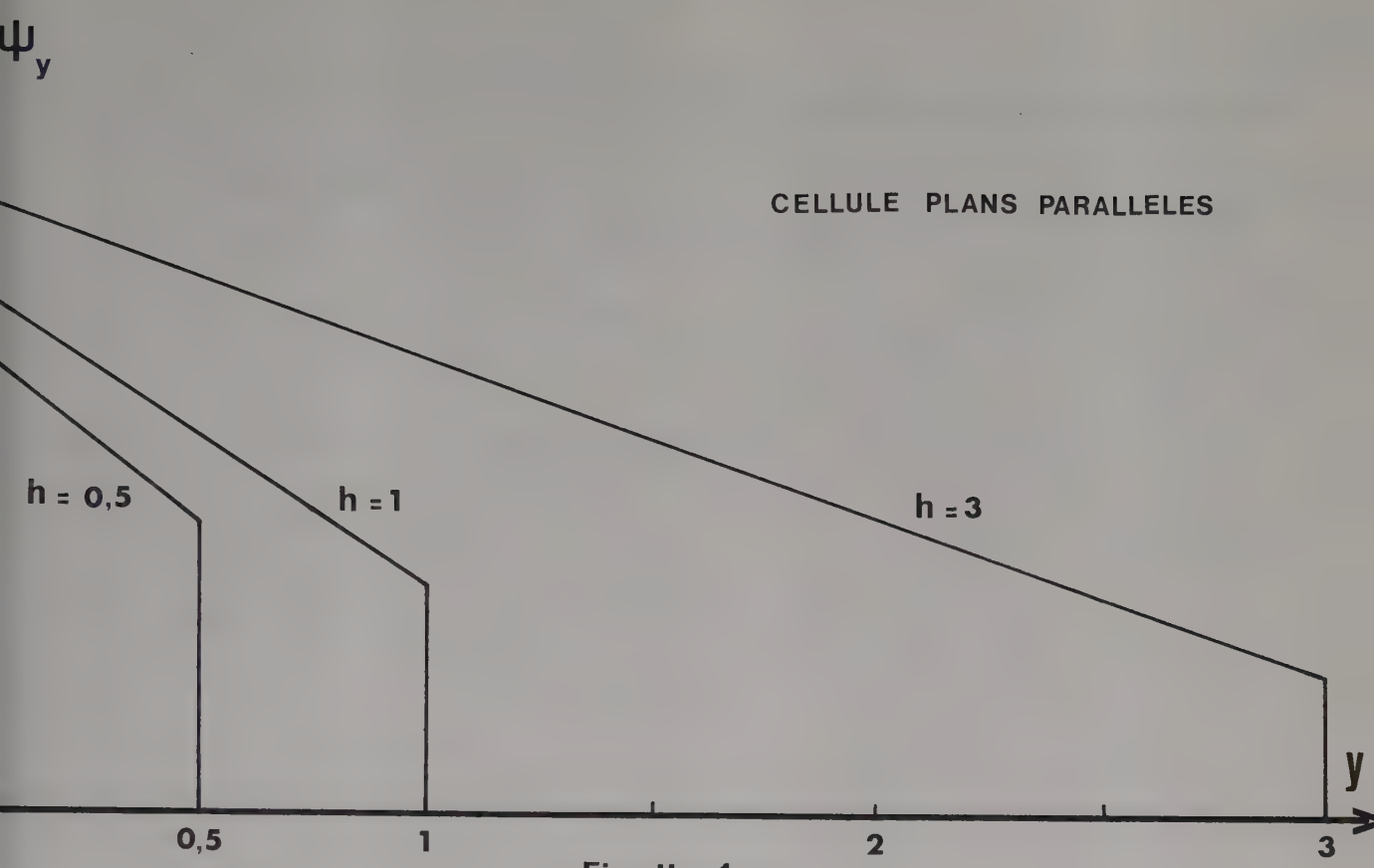


Fig. II - 1

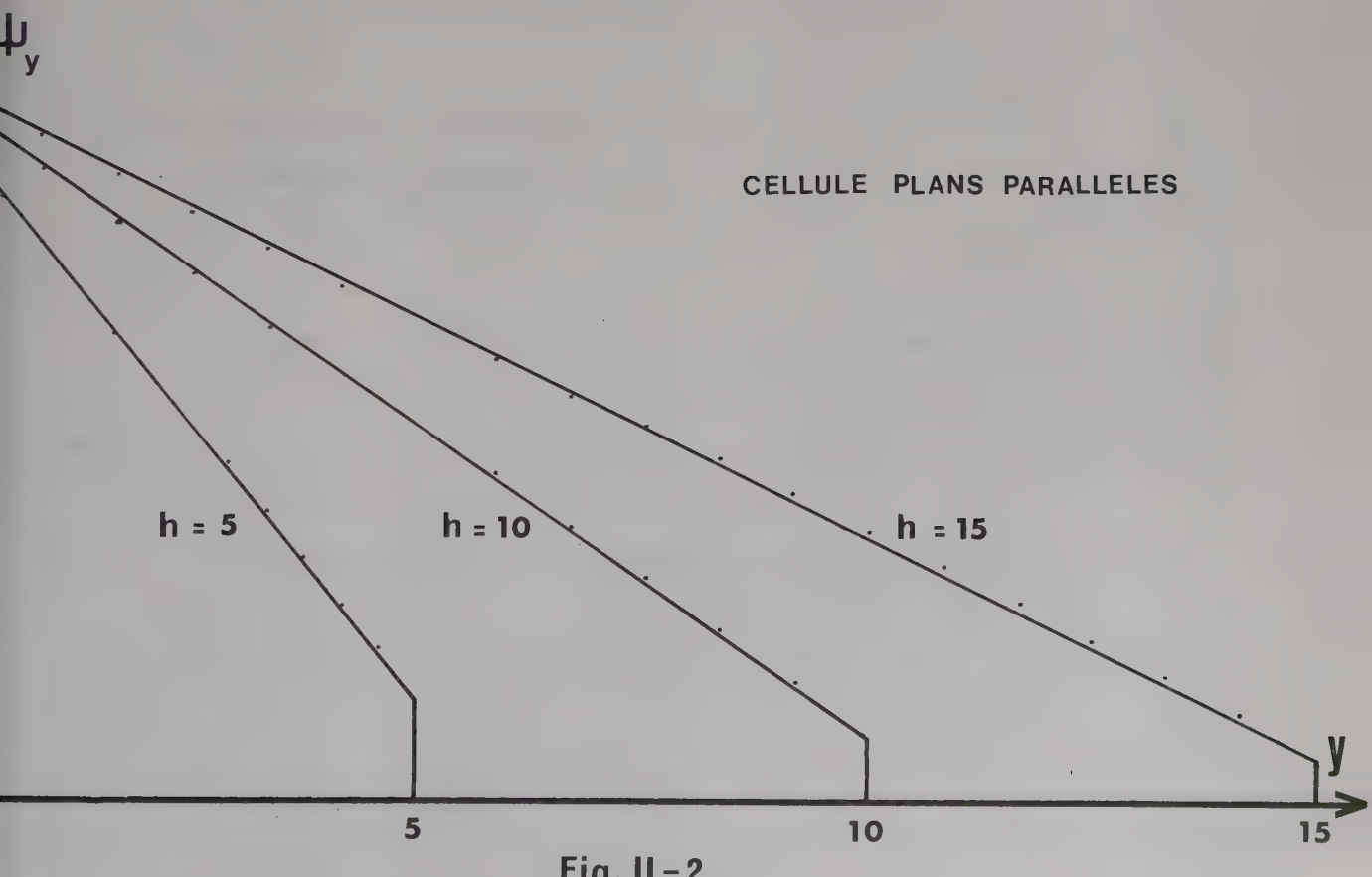


Fig. II - 2

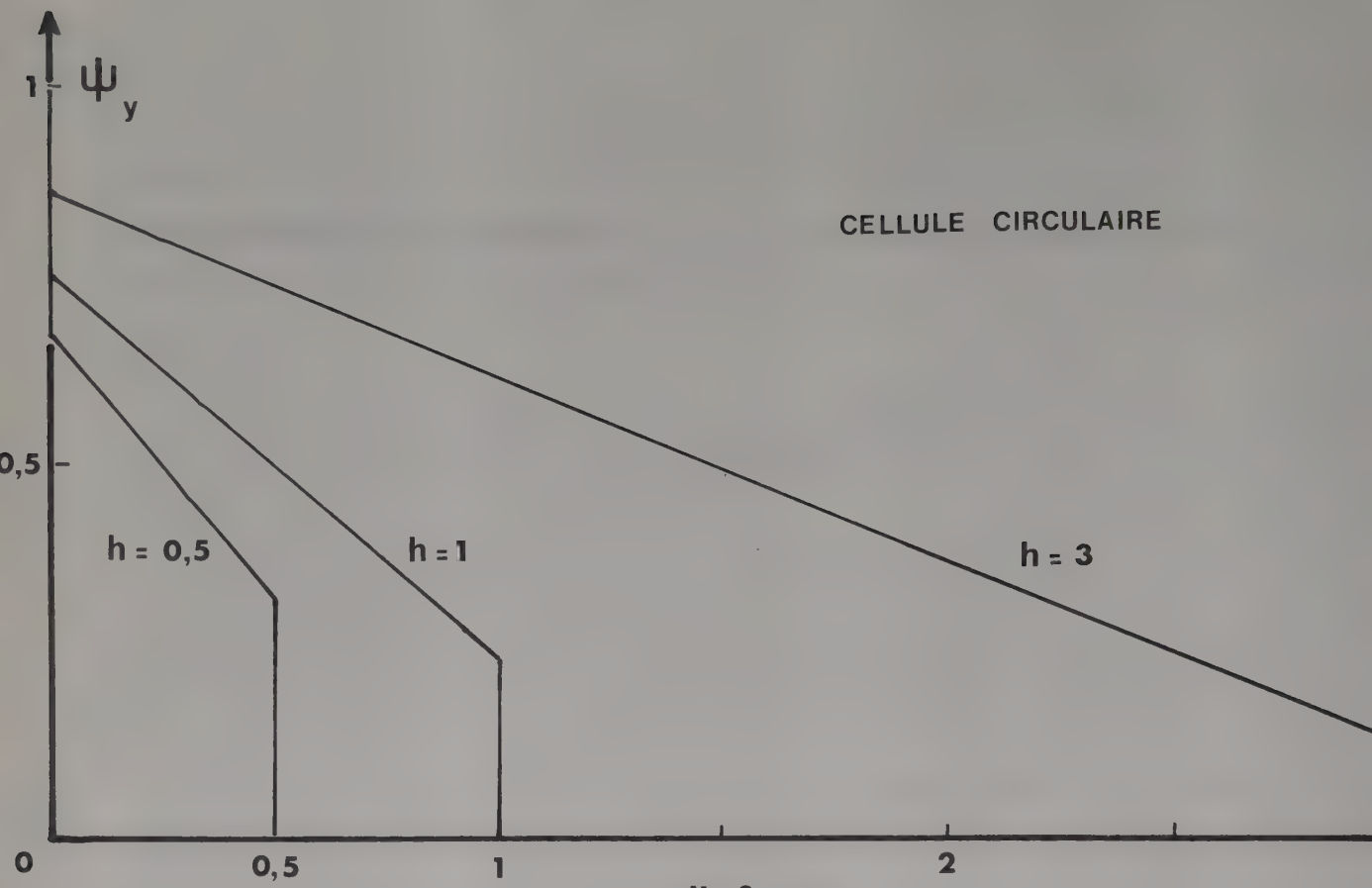


Fig. II - 3

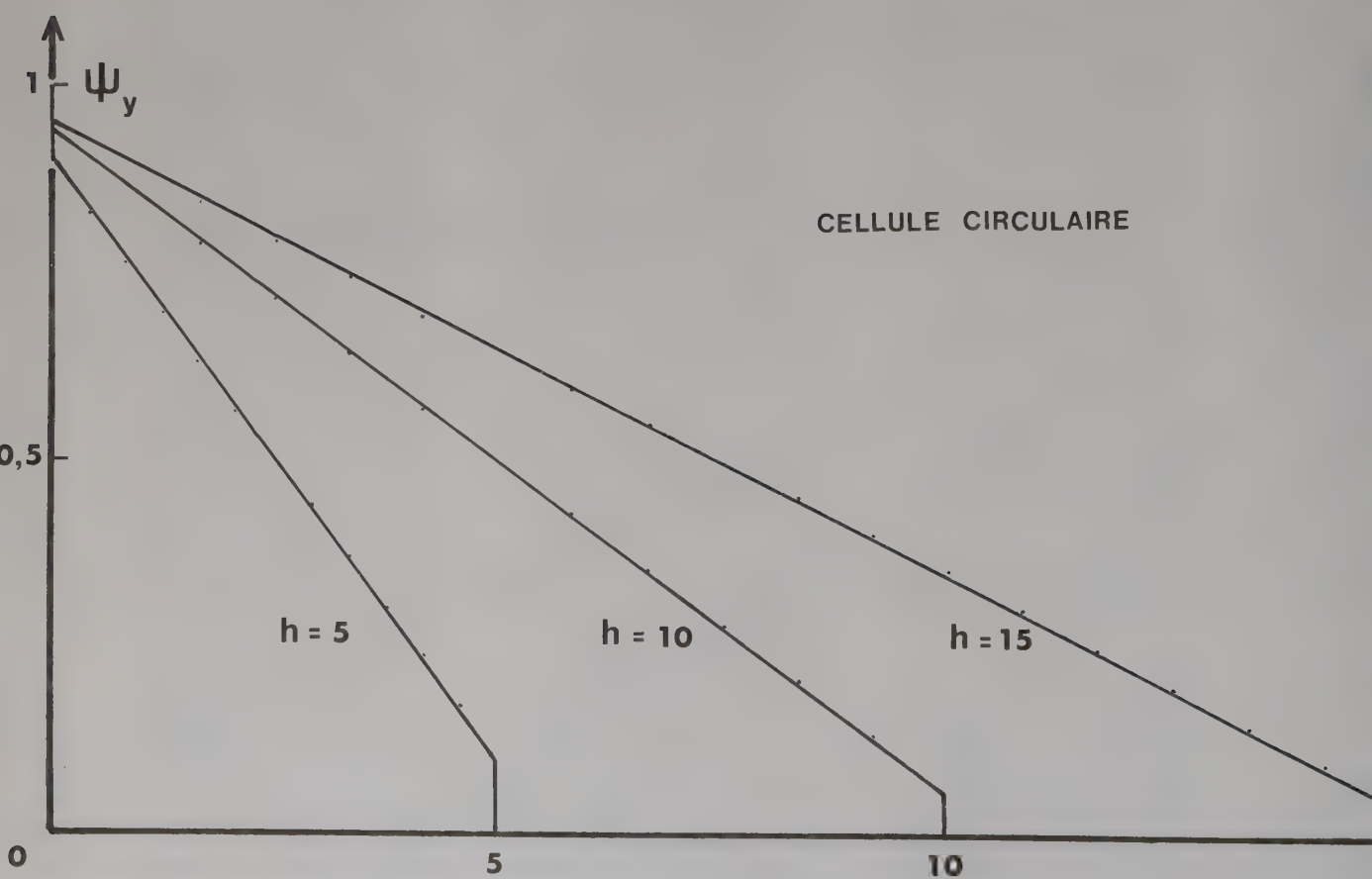


Fig. II - 4

3 - ETUDE DES DISCONTINUITES D'EMITTANCE DANS L'HYPOTHESE D'UNE VARIATION LINEAIRE DE LA FONCTION Ψ_y :

Reprenons l'équation (II-9) permettant de déterminer Ψ_y :

$$\Psi_y = F_{dy,B} + \int_0^h \Psi_x \cdot F_{dy,dx} \quad .$$

Puisque l'on suppose linéaire la variation de Ψ_y en fonction de y on peut écrire :

$$\Psi_y = m_y + n \qquad \text{(II-37)}$$

avec $$m = \frac{\Psi_h - \Psi_0}{h}$$

$$n = \Psi_o$$

Ψ_h et Ψ_0 étant les valeurs que prend Ψ_y aux extrêmités de la paroi.

Intégrons par parties l'intégrale du second membre de l'équation (II-9) :

$$\int_0^h \Psi_x \cdot F_{dy,dx} = \Psi_h \cdot F_{dy,h} - m \cdot \int_0^h F_{dy,x} \cdot dx$$

et reportons cette expression de l'intégrale dans l'équation (II-38). On obtient :

$$\Psi_y = F_{dy,B} + \Psi_h \cdot F_{dy,h} - m \cdot \int_0^h F_{dy,x} \cdot dx \quad . \qquad \text{(II-38)}$$

Afin d'évaluer les discontinuités d'émittance que nous avons mises en évidence au paragraphe 2-3 , il nous suffit de calculer Ψ_0 et Ψ_h . Pour cela, on peut appliquer le bilan (II-38) à deux positions particulières de la couronne élémentaire pdy, ce qui nous permet d'obtenir un système de deux équations à deux inconnues Ψ_0 et Ψ_h .

- Bilan radiatif d'une couronne élémentaire pdy au niveau de la base -

$$\Psi_0 = F_{dy_0,B} + \Psi_h \cdot F_{dy_0,h} - (\Psi_h - \Psi_0) \cdot \frac{I_1}{h} \qquad \text{(II-39)}$$

avec :

$$I_1 = \int_0^h F_{dy_0,x} \cdot dx$$

- Bilan radiatif d'une couronne élémentaire pdy au niveau de l'ouverture -

$$\Psi_h = F_{dy_h,B} + \Psi_h \cdot F_{dy_h,h} - (\Psi_h - \Psi_0) \cdot \frac{I_2}{h} \qquad \text{(II-40)}$$

avec :

$$I_2 = \int_0^h F_{dy_h,x} \cdot dx$$

Afin de simplifier l'écriture posons :

$$F_{dy_0B} = F_1 \quad , \quad F_{dy_h,B} = F_2 \quad , \quad F_{dy_0,h} = F_{dy_h,h} = F_3$$

La résolution du système formé par les équations (II-39-40) (voir annexe) entraîne :

$$\Psi_0 = \frac{F_1 + F_3 - I_1/h}{1 + F_3 - 2I_1/h} \qquad \text{(II-41)}$$

$$\Psi_h = \frac{F_2 + F_3 - I_1/h}{1 + F_3 - 2I_1/h} \qquad \text{(II-42)}$$

Nous avons défini au paragraphe (2-3) les discontinuités d'émittance au niveau de la base et de l'ouverture :

$$\delta M_E = M_h - M_E$$

$$\delta M_B = M_B - M_0$$

Compte tenu des relations définissant Ψ_0 et Ψ_h on obtient immédiatement :

$$\delta M_E = (M_B - M_E) \cdot \Psi_h \qquad \text{(II-43)}$$

$$\delta M_B = (M_B - M_E) \cdot (1 - \Psi_0) \qquad \text{(II-44)}$$

Les valeurs de ces deux discontinuités sont donc proportionnelles à $M_B - M_E$.
Soient ΔM_B et ΔM_E leurs coefficients de proportionnalité :

$$\Delta M_E = \Psi_h \qquad \text{(II-45)}$$

$$\Delta M_B = 1 - \Psi_0 \qquad \text{(II-46)}$$

En remplaçant dans (I-45) et (I-46) Ψ_0 et Ψ_h par leurs valeurs, on trouve :

$$\Delta M_E = \Delta M_B = \frac{F_2 + F_3 - I_1/h}{1 + F_3 - 2I_1/h} \qquad \text{(II-47)}$$

On retrouve donc bien ici l'égalité des valeurs des discontinuités que nous avions prévue théoriquement (II-2-3-3), puis vérifiée lors de la détermination numérique de la variation de l'émittance (II-2-3-4).

Cas particuliers étudiés :

a) Cellules cylindriques :

$$\Delta M_E = \Delta M_B = \frac{1 + h^2 - h\sqrt{1+h^2}}{1 + \sqrt{1+h^2}} \qquad \text{(II-48)}$$

b) Cellules plans parallèles :

$$\Delta M_E = \Delta M_B = \frac{\sqrt{1+h^2}\,(1+h) - h^2 - 1}{2\sqrt{1+h^2}\,(1+h) - h^2 - 2} \qquad \text{(II-49)}$$

Les courbes de la figure (II-5) montrent la variation des discontinuités ΔM_E et ΔM_B en fonction des hauteurs relatives des cellules.

On peut remarquer sur cette figure que les valeurs des discontinuités diminuent rapidement lorsque la hauteur relative augmente.

Remarque : Validité de la linéarisation de Ψ_y :

Afin de démontrer que la linéarisation de Ψ_y n'introduit qu'une erreur négligeable, nous pouvons comparer les valeurs des discontinuités obtenues compte tenu de cette linéarisation à celles déduites du calcul numérique de Ψ_y. Les tableaux suivants 1 et 2, permettent cette comparaison.

Tableau 1 - Cellules circulaires

h	0,5	1	3	5	10	15
Méthode graphique	0,3262	0,2423	0,1244	0,0851	0,0484	0,0325
Approx. linéaire	0,3262	0,2426	0,1232	0,0828	0,0453	0,0312

Tableau 2 - Cellules plans parallèles

h	0,5	1	3	5	10	15
Méthode graphique	0,3867	0,3115	0,1851	0,1365	0,0858	0,0640
Approx. linéaire	0,3868	0,3118	0,1853	0,1344	0,0882	0,0572

La lecture de ces deux tableaux montre que l'approximation linéaire peut être utilisée sans erreur appréciable, les valeurs données par les deux méthodes étant en très bon accord.

4 - ETUDE DU BILAN THERMIQUE DE LA SURFACE DE BASE

Reprenons l'expression du bilan thermique (I-1)

$$\varphi_P = S.M_B - S.M_E \cdot F_{E,B} - \int_0^h p\,dy \cdot M_y \cdot F_{dy,B} \qquad \text{(II-50)}$$

Afin de faire apparaitre la fonction Ψ_y et simplifier ainsi l'expression de ce bilan, ajoutons et retranchons au second membre le terme $S.M_E \cdot F_{B,h}$, que l'on peut écrire aussi :

$$S \cdot M_E \cdot F_{B,h} = \int_0^h S.M_E \cdot F_{B,dy}$$

ou encore, après utilisation de la relation de réciprocité (I-13) :

$$S \cdot M_E \cdot F_{B,h} = \int_0^h p \cdot M_E \cdot F_{dy.B} \cdot dy$$

Le bilan thermique devient :

$$\varphi_P = S \cdot (M_B - M_E) - \int_0^h p \cdot (M_y - M_E) \cdot F_{dy,B} \cdot dy$$

Après utilisation de la relation de réciprocité entre facteurs d'angle et division du deuxième membre par $M_B - M_E$, on obtient l'expression des pertes par unité de surface de la base :

$$\Phi_P = (M_B - M_E) \cdot (1 - \int_0^h \Psi_y \cdot F_{B,dy}) \qquad \text{(II-51)}$$

Cette expression est très simple, mais des difficultés se présentent lors de l'intégration de l'expression $\Psi_y \cdot F_{B,dy}$. Pour lever ces difficultés, nous allons intégrer cette expression par parties, en tenant compte de la variation linéaire de Ψ_y. Tous calculs faits, on obtient :

$$\Phi_P = (M_B - M_E) \cdot (1 - \Psi_h \cdot F_{B,h} - \frac{\Psi_o - \Psi_h}{h} \int_0^h F_{B,y} \cdot dy) \qquad \text{(II-52)}$$

L'expression du bilan thermique, équivalente à II-5-2, faisant intervenir les émittances au lieu de la fonction Ψ_y, s'écrirait :

$$\Phi_P = (M_B - M_E) \cdot \left[1 - \frac{1}{h} \int_0^h F_{B,y} \cdot dy - \Delta M_E \left(\frac{2}{h} \int_0^h F_{B,y}\,dy + F_{E,B} - 1\right)\right]$$

formule dont l'utilisation paraît plus complexe que celle de la formule (II-5-1).

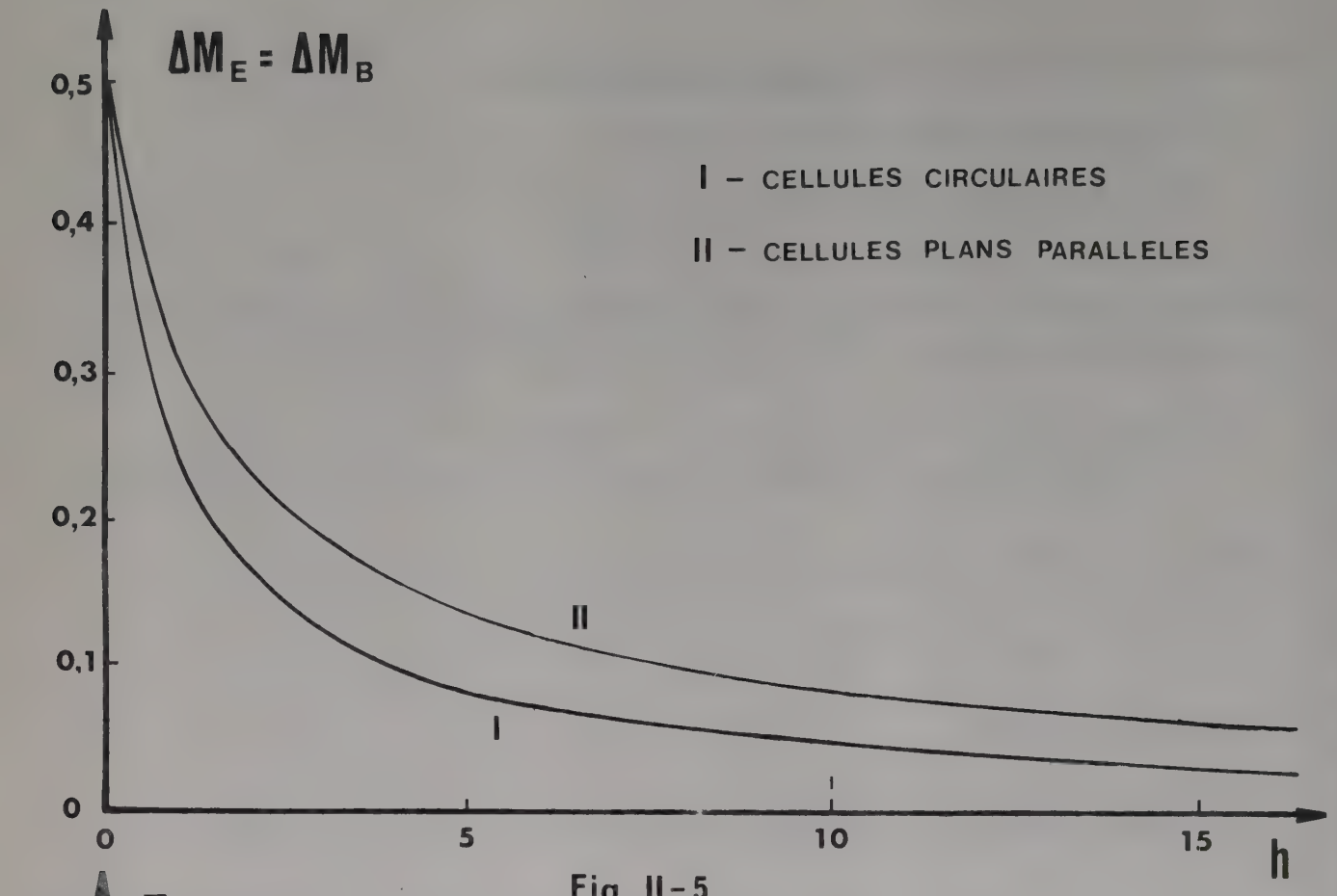


Fig. II-5

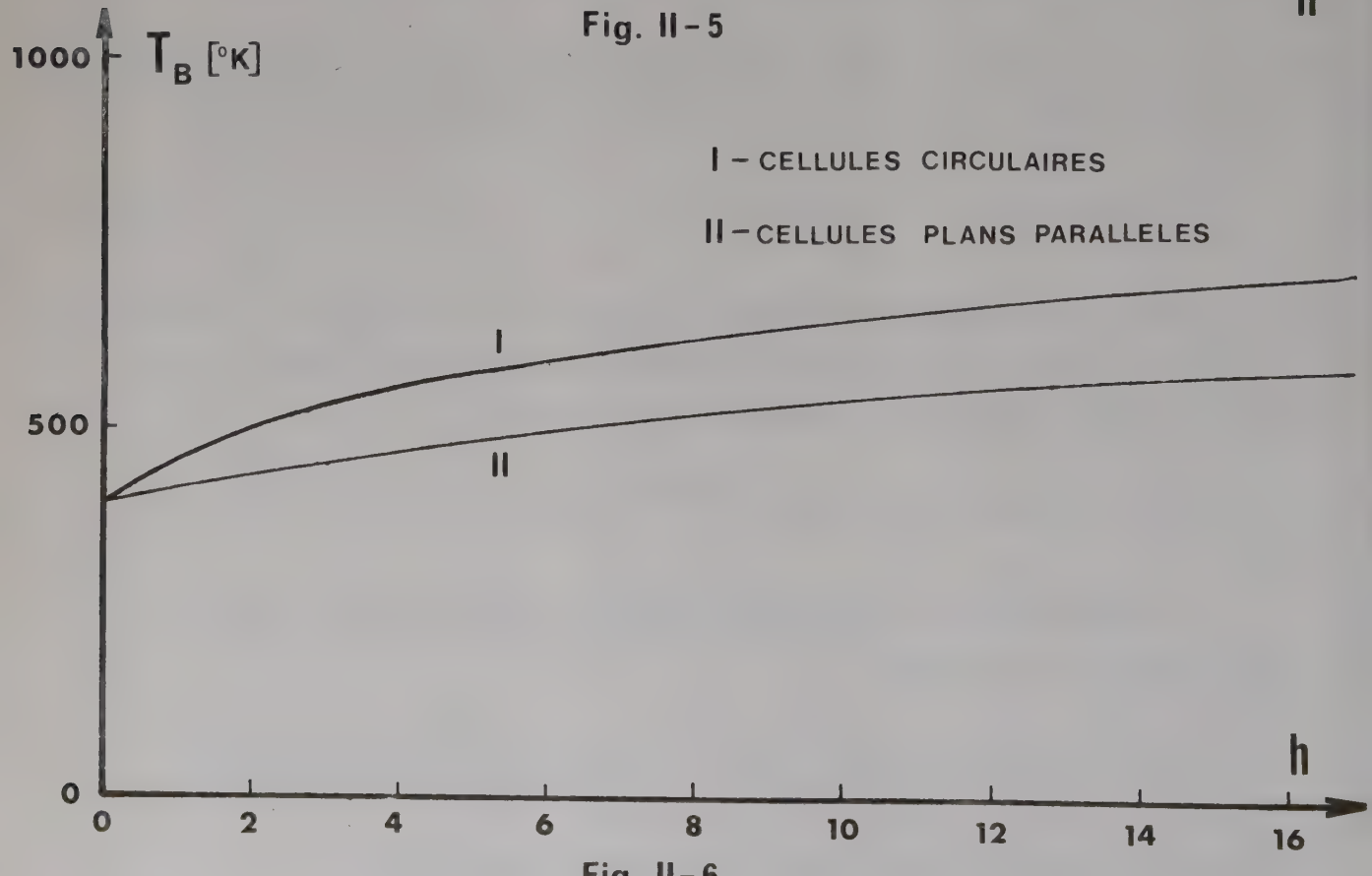


Fig. II-6

Afin de montrer l'intérêt que présente l'utilisation des structures cellulaires, nous allons calculer les températures limites vers lesquelles tendent les surfaces de base qu'elles recouvrent lors d'une exposition au rayonnement solaire. Nous tracerons la variation de ces températures limites en fonction de la hauteur relative des cellules pour deux types particuliers de structures.

A l'équilibre thermique, les pertes Φ_P sont égales à la différence entre le flux incident par unité de surface Φ_i et les pertes arrières par unité de surface Φ_A.

Les formules (II-53) et (II-54) nous permettent de calculer cette température limite.

Application à deux cas particuliers :

a) Dans le cas d'une structure à cellule circulaire , de hauteur relative h on trouve :

$$T_B = \left\{ \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\Phi_i - \Phi_A}{1 + \frac{2h^2}{3} - \frac{2}{3h} \cdot (1-h^2)^{3/2} + \frac{2}{3h} + \Delta ME \left[\frac{2h^2}{3} + \frac{4}{3h} (1+h^2)^{3/2} - 2h.(1+h^2)^{1/2} - \frac{4}{3h} \right]} + M_E \right) \right\}^{1/4} \quad \text{(II-53)}$$

b) Dans le cas d'une structure à cellule plans parallèles , de hauteur relative h il vient :

$$T_B = \left\{ \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\Phi_i - \Phi_A}{\frac{1}{2} \left[(1+h^2)^{1/2} + \frac{1}{h} \cdot \text{Log} \ (1+h^2)^{1/2} - h \right] + \left[\Delta M_E \left[1 - \frac{1}{h} \text{Log}((1+h^2)^{1/2} + h) \right] \right]} + M_E \right) \right\}^{1/4} \quad \text{(II-54)}$$

Les courbes de la figure (II-6) montrent l'allure de la variation de la valeur d'équilibre de la température de la base, pour ces deux cas particuliers, en fonction de la hauteur relative, les pertes arrières étant considérées comme nulles.

On considère comme source énergétique le soleil et on prend pour valeur du flux incident par unité de surface 1000 $W.m^{-2}$, la température extérieure étant supposée égale à 300°K.

On voit que les tempérautres de base croissent avec la hauteur relative et que pour des hauteurs relatives faibles, de l'ordre de 5 par exemple, le gain en température est déjà appreciable.

5 - FACTEUR DE REDUCTION DES PERTES

Les valeurs que peut atteindre la température de surface d'une base recouverte de cellules montrent bien l'intérêt que présentent les structures cellulaires antirayonnantes, mais nous avons cherché à exprimer cet intérêt par un facteur caractéristique d'un type de cellule donné.

Dans ce but, on peut considérer les deux facteurs composant le second membre de l'équation (II-51) ; l'un de ces facteurs $(M_B - M_E)$ correspond aux pertes par unité d'aire de la surface de base seule ; l'autre facteur représente la contribution des cellules aux pertes par rayonnement de cette base. Ce dernier facteur, inférieur à 1, montre que la présence de cellules permet de diminuer les pertes radiatives de la surface qu'elles recouvrent. On appelle donc ce facteur : *facteur de réduction des pertes d'une structure.*

Il a pour expression :

$$\Gamma = 1 - \int_0^h \Psi_y \cdot F_{B,dy} \quad . \qquad \text{(II-55)}$$

L'expression (II-51) s'écrit donc :

$$\Phi_P = \Gamma \cdot (M_B - M_E) \quad .$$

On peut définir le facteur Γ comme le rapport entre les pertes radiatives d'une surface recouverte de cellules aux pertes radiatives que cette même surface offrirait en l'absence de structure dans les mêmes conditions de température.

Application à deux cas particuliers :

a) Structure cellulaire cylindrique :

$$\Gamma = 1 - 2\Psi_h \cdot (h\sqrt{1+h^2} - 2h^2) - \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \cdot \frac{2}{3} \left[(1+h^2)^{3/2} - h^3 - 1 \right] \quad . \qquad \text{(II-56)}$$

La courbe 1 de la figure (II-7) montre la variation du facteur Γ en fonction de h.

b) Structure cellulaire plans parallèles :

$$\Gamma = 1 - \Psi_h \cdot (1 + h - \sqrt{1+h^2}) - \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \left[h + \frac{h^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot h\sqrt{1+h^2} - \frac{1}{2} \operatorname{Log} (h + \sqrt{1+h^2}) \right] \qquad \text{(II-57)}$$

La courbe 2 de la figure (II-7) correspond à ce type de structure.

Dans ces deux cas, on remarque la décroissance rapide de Γ lorsque h augmente.

On peut comparer cette variation à celle de la température limite atteinte par la surface de base en fonction de la hauteur relative. On observait en effet une croissance rapide de la température avec la hauteur relative h. Cette croissance correspond bien à une diminution des pertes, et donc á un accroissement du facteur Γ, lorsque h croît.

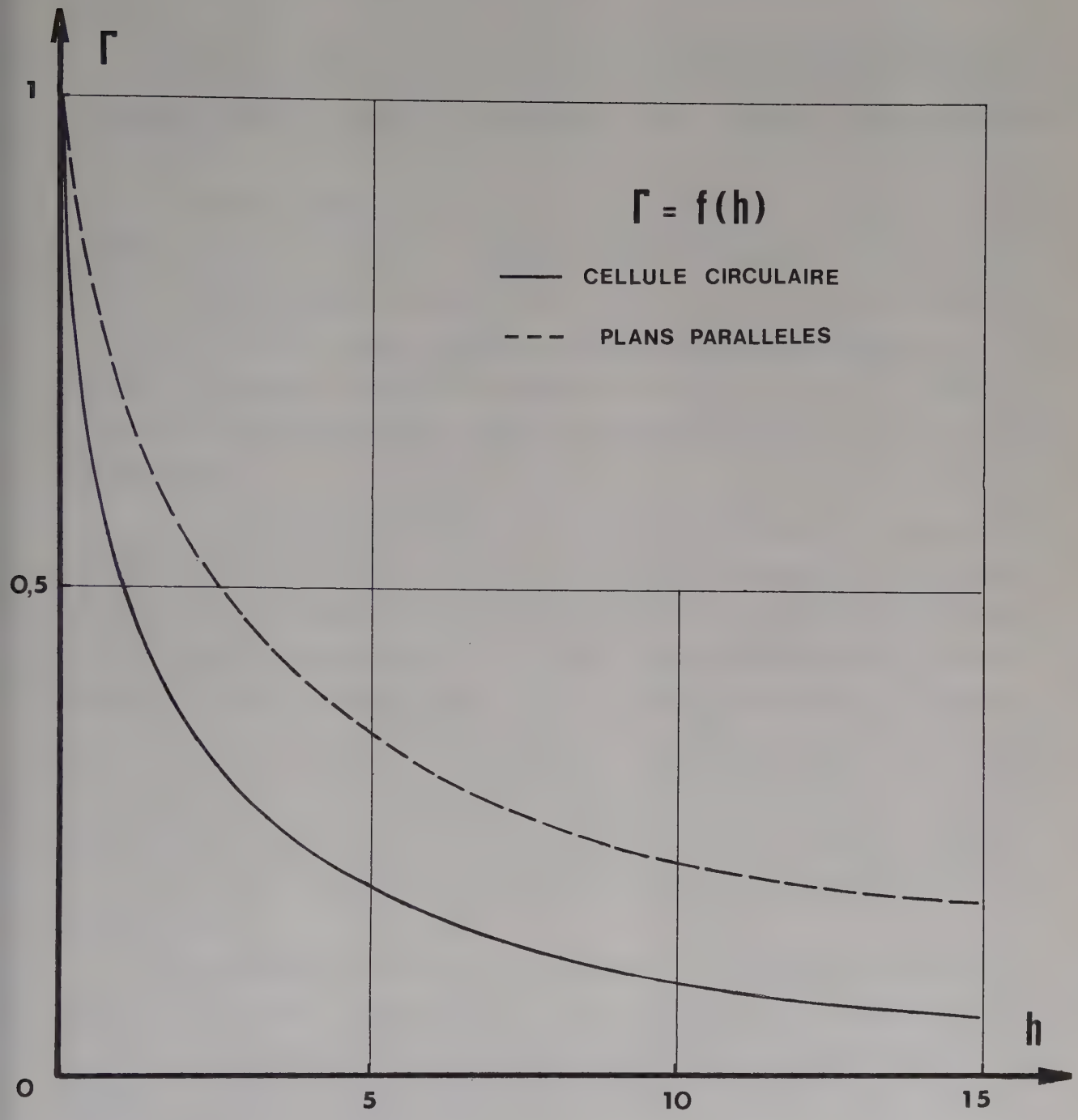


Fig II - 7

CHAPITRE III

STRUCTURE CELLULAIRE ANTIRAYONNANTE ASSOCIEE A UNE SURFACE DE BASE SELECTIVE

Le chapitre précédent a été consacré à l'étude de l'effet antirayonnant de structures cellulaires disposées devant une surface noire. On a montré que l'utilisation de telles cellules permettait de réduire notablement les pertes par rayonnement des surfaces qu'elles recouvrent.

On a par ailleurs évoqué, dans l'introduction, les surfaces sélectives possédant un facteur d'émission de faible valeur dans le domaine des radiations infra-rouge. Ces surfaces présentent des pertes par rayonnement plus faibles que celles d'une surface noire placée dans les mêmes conditions de température.

Il nous a donc semblé intéressant, afin d'obtenir une diminution aussi importante que possible des pertes par rayonnement, d'associer surface de base sélective et structure cellulaire antirayonnante. La surface de base utilisée peut être soit celle du matériau lui-même si ce dernier présente les qualités radiatives requises, soit un dépôt de matière approprié, dépôt pouvant être obtenu par différentes méthodes (projection thermique sous vide, dépôt chimique, revêtement, ...).

L'étude du cas général tenant compte de la forme de l'indicatrice d'émission de la surface de base est pratiquement inextricable. Un cas simple est celui d'une surface grise (tout au moins dans le domaine d'émission Infra-rouge qui nous intéresse), son facteur d'émission ϵ_B est alors le même dans toutes les directions. Comme nous le verrons, cette hypothèse correspond à une réalité physique.

Dans ce chapitre, on utilisera la notion de facteur d'angle généralisé. Cette notion permet de donner une formulation littérale des grandeurs que nous définirons. Il est bien évident qu'il est abusif d'utiliser ce type de facteur, aussi montrerons nous ensuite dans quelles limites l'approximation faite ici permet tout de même d'étudier les propriétés de l'association entre les structures cellulaires et les surfaces sélectives .

De la même manière qu'au chapitre précédent, on étudiera la variation de l'émittance le long des parois d'une cellule, le bilan radiatif de la surface de base, bilan permettant de calculer la température limite qu'elle peut atteindre dans certaines conditions ; nous reprendrons également la notion de facteur de réduction des pertes. On verra que dans ce cas, il est nécessaire de définir deux facteurs de réduction se rapportant respectivement aux pertes d'une surface noire et aux pertes d'une surface sélective.

1 - MISE EN EQUATION DU BILAN RADIATIF DE LA SURFACE DE BASE

Dans ce cas, on considère que les parois et l'ouverture conservent les mêmes propriétés qu'au chapitre précédent. et, en particulier, que leurs émittances sont encore données par la loi de Stefan-Boltzmann. Par contre, la surface de base, ayant un facteur d'émission ϵ_B qui n'est pas égal à l'unité, a pour émittance $\epsilon_B \cdot M_B$.

Afin d'établir le bilan radiatif de cette surface, on écrit encore, de la même manière qu'au paragraphe II-1, que les pertes φ_P de la surface de base sont données par la différence entre le flux radiatif qu'elle émet et les flux radiatifs qu'elle reçoit de l'ouverture, $\varphi_{E,B}$, et de la paroi $\varphi_{P,B}$.

Ces flux ont maintenant pour expression :

$$\varphi_P = S \cdot \epsilon_B \cdot M_B \quad ; \quad \varphi_{E,B} = S \cdot M_E \cdot \mathcal{F}_{E,B} \quad ; \varphi_{P,B} = \int_0^h p \cdot M_y \cdot \mathcal{F}_{dy,B} \cdot dy \ .$$

Le bilan radiatif de la surface de base s'exprime donc sous la forme :

$$\varphi_P = S \cdot \epsilon_B \cdot M_B - S \cdot M_E \cdot \mathcal{F}_{E,B} - \int_0^h p \cdot M_y \cdot \mathcal{F}_{dy,B} \cdot dy \quad . \qquad \text{(III-1)}$$

Compte tenu des relations de réciprocité et de conservation des facteurs d'angle généralisés, on trouve, tous calculs faits, que les pertes par unité d'aire Φ_P d'une surface sélective recouverte de cellules ont pour expression :

$$\Phi_P = \epsilon_B \cdot M_B - M_E \cdot \epsilon_B \cdot \mathcal{F}_{B,E} - \int_0^h \epsilon_B \cdot M_y \cdot \mathcal{F}_{B,dy} \quad . \qquad \text{(III-2)}$$

Dans ce cas encore, on voit qu'il faut déterminer la variation de M_y afin de connaitre celle de Φ_P.

2 - VARIATION DE L'EMITTANCE LE LONG DES PAROIS D'UNE CELLULE

2-1 - Bilan radiatif d'une couronne élémentaire de paroi

On établit le bilan radiatif d'une couronne élémentaire de paroi pdy en écrivant qu'à l'équilibre thermique le flux qu'elle émet est égal à la somme des flux provenant de l'ouverture, de la base et de la paroi, qu'elle absorbe.

Tous calculs faits, on aboutit à l'expression suivante du bilan radiatif de pdy :

$$M_y = M_B \cdot \mathcal{F}_{dy,B} + M_E \cdot \mathcal{F}_{dy,E} + \int_0^h M_x \cdot \mathcal{F}_{dy,dx} \qquad \text{(III-3)}$$

Au chapitre précédent, l'utilisation des relations de réciprocité et de conservation relatives aux facteurs d'angle géométriques avait permis d'aboutir à une équation réduite du bilan radiatif. De même, l'utilisation de telles relations, relatives cette fois aux facteurs d'angle généralisés, permet d'établir également une équation réduite du bilan radiatif.

Soit en posant,

$$\Psi_x = \frac{M_x - M_E}{M_B - M_E} \quad , \qquad \Psi_y = \frac{M_y - M_E}{M_B - M_E} \quad ,$$

on trouve :

$$\Psi_y = \mathcal{F}_{dy,B} + \int_0^h \Psi_x \cdot \mathcal{F}_{dy,dx} \quad . \qquad \text{(III-4)}$$

Remarque 1 : Ainsi qu'au paragraphe II-2-2, l'émittance de la paroi ne pouvant être supérieure à celle de la base ou inférieure à celle de l'ouverture, on peut écrire :

$$M_E \leqslant M_y \leqslant M_B \quad .$$

Appliquée à la fonction Ψ_y, cette relation devient :

$$0 \leqslant \Psi_y \leqslant 1 \quad . \qquad \text{(III-5)}$$

Remarque 2 : L'expression (III-4) a même forme que celle qui avait été établie en (II-2), les facteurs d'angle géométriques ayant été remplacés par les facteurs d'angle généralisés. Le rapprochement entre ces deux formules n'est qu'apparent car les facteurs d'angle utilisés ici ne dépendent pas que des propriétés géométriques de la cellule, mais aussi du facteur d'émission de la base.

En remplaçant ces facteurs d'angle généralisés par leur expression en fonction des facteurs d'angle géométriques et du facteur d'émission de la base, il vient :

$$\Psi_x = \epsilon_B \cdot F_{dy,B} + \int_0^h \Psi_x \cdot F_{dy,dx} + (1 - \epsilon_B) \cdot \int_0^h \Psi_x \cdot F_{dy,B} \cdot F_{B,dx} \cdot \qquad \text{(III-6)}$$

Le troisième terme du second membre correspond au flux issu de l'élément pdx, réfléchi par la surface de base et atteignant l'élément pdy.

2-2 - Etude du bilan radiatif de la couronne élémentaire pdy

2-2-1 - Unicité de la solution

Un raisonnement,analogue à celui utilisé en (II-2), permet de montrer qu'il ne peut exister qu'une seule solution au bilan radiatif. Les calculs permettent d'aboutir à l'inégalité suivante :

$$\left| \Psi_{1y} - \Psi_{2y} \right| \leqslant M \cdot \left[\mathcal{F}_{dx,h} \right]^{n}_{max} \cdot \mathcal{F}_{dy,h} \qquad \text{(III-7)}$$

Dans ce cas :

$$\mathcal{F}_{dx,h} = F_{dx,h} + (1 - \epsilon_B) \cdot F_{dx.B} \cdot F_{B,h}$$

Le facteur d'angle généralisé $\mathcal{F}_{dx,h}$, bien que supérieur au facteur d'angle géométrique $F_{dx,h}$, est toujours inférieur à 1.

On montre donc bien encore, dans ce cas, l'unicité de la solution car $\left[\mathcal{F}_{dx,h} \right]^{n}_{max}$ tend vers 0 quand n augmente.

Dans l'étude des structures associées à des surfaces de base noires, nous avions étudié les symétries relatives aux facteurs d'angle utilisés dans les bilans thermiques. Dans le cas étudié ici, cette symétrie n'existe plus ; en effet, nous avions montré (II-17) que :

$$\left[F_{dy,B} \right]_y = \left[F_{dy,E} \right]_{h-y} \quad ;$$

dans le cas présent, la comparaison entre les relations (III-8) et (III-9) :

$$\left[\mathcal{F}_{dy,B} \right]_y = \epsilon_B \cdot \left[F_{dy,B} \right]_y \qquad \text{(III-8)}$$

$$\left[\mathcal{F}_{dy,E} \right]_{h-y} = \left[F_{dy,E} \right]_{h-y} + (1 - \epsilon_B) \cdot \left[F_{dy,B} \right]_{h-y} \cdot F_{B,E} \qquad \text{(III-9)}$$

montre que :

$$\left[\mathcal{F}_{dy,B} \right]_y \neq \left[\mathcal{F}_{dy,E} \right]_{h-y} \quad \text{lorsque} \quad \epsilon_B \neq 1 \quad .$$

La symétrie entre les facteurs d'angle géométriques utilisés nous avait permis de conclure qu'il y avait symétrie dans la variation de Ψ_y en fonction de y . Cette propriété ne peut plus être mise en évidence dans le cas qui nous préoccupe.

2-2-2 - Etude des valeurs de Ψ_y aux bornes ; existence de discontinuités d'émittance :

On montre encore que la valeur de Ψ_y ne peut pas être égale à l'unité.
En effet, cette égalité entraînerait :

$$1 = \mathcal{F}_{dy,B} + \int_0^h \mathcal{F}_{dy,dx} \quad ,$$

ou encore

$$1 = \mathcal{F}_{dy,B} + \mathcal{F}_{dy,h} \quad ,$$

et donc, la nullité de $\mathcal{F}_{dy,E}$. Ce dernier facteur n'est jamais nul dans les conditions qui correspondent à notre étude; Ψ_y a donc toujours une valeur différente de 1.

De même, l'égalité $\Psi_y = 0$ est impossible car elle entraînerait la nullité de $\mathcal{F}_{dy,B}$. On avait remarqué (III-5) que la fonction Ψ_y était bornée par les valeurs 0 et 1 ; on peut dire maintenant que cette fonction est bornée strictement par ces deux valeurs :

$$0 < \Psi_y < 1 \quad . \qquad \text{(III-10)}$$

Cette relation entraîne les deux inégalités suivantes :

$$\Psi_h > 0 \qquad \text{et} \qquad \Psi_0 < 1$$

et donc :

$$M_h > M_E \qquad \text{et} \qquad M_0 < M_B \qquad \text{(III-11)}$$

Dans ce cas encore, il existe donc *une discontinuité δM_B entre l'émittance du bas de la paroi et celle de la base* dont la valeur est définie par :

$$\delta M_B = M_B - M_0 \qquad \text{(III-12)}$$

De même, on peut définir *une discontinuité δM_E entre l'émittance du haut de la paroi et celle de l'ouverture* dont la valeur est :

$$\delta M_E = M_h - M_E \qquad \text{(III-13)}$$

On ne peut pas, comme au chapitre précédent, conclure à l'égalité entre ces discontinuités, la fonction Ψ_y ne présentant pas de symétrie dans sa variation en fonction de y.

2-2-3 - Résolution numérique de l'équation de variation de Ψ_y en fonction de y

L'équation que nous étudions,

$$\Psi_y = \mathcal{F}_{dy,B} + \int_0^h \Psi_x \cdot \mathcal{F}_{dy,dx} \quad ,$$

peut se mettre, en remplaçant les facteurs $\mathcal{F}$ par leur expression en fonction des facteurs d'angle géométriques et du facteur d'émission de la base ϵ_B, sous la forme :

$$\Psi_y = \epsilon_B \cdot F_{dy,B} + \int_0^h \Psi_x \cdot \left[F_{dy,dx} + (1 - \epsilon_B) \cdot F_{dy,B} \cdot F_{B,dx} \right] \quad . \qquad \text{(III-14)}$$

Pour intégrer numériquement cette expression, on a divisé la paroi en n bandes, ce qui conduit à écrire :

$$\Psi_i = \epsilon_B \cdot F_{i,B} + \sum_{j=1}^{n} \Psi_j \cdot \left[F_{i,j} + (1 - \epsilon_B) \cdot F_{i,B} \cdot F_{B,j} \right] \quad . \qquad \text{(III-15)}$$

Les différents facteurs d'angle utilisés ont été définis en II-2-3-4.

Le système de n équations à n inconnues, ainsi défini, s'écrit ; après avoir posé $\rho_B = 1 - \epsilon_B$:

$$\begin{aligned}
\Psi_1 &= \epsilon_B \cdot F_{1,B} + \Psi_1 \cdot \left[F_{1,1} + \rho_B \cdot F_{1,B} \cdot F_{B,1} \right] + \Psi_2 \cdot \left[F_{1,2} + \rho_B \cdot F_{1,B} \cdot F_{B,2} \right] \cdots \\
\Psi_2 &= \epsilon_B \cdot F_{2,B} + \Psi_1 \cdot \left[F_{2,1} + \rho_B \cdot F_{2,B} \cdot F_{B,1} \right] + \Psi_2 \cdot \left[F_{2,2} + \rho_B \cdot F_{2,B} \cdot F_{B,2} \right] \cdots \\
&\text{---------- ----------} \qquad \text{(III-16)} \\
\Psi_n &= \epsilon_B \cdot F_{n,B} + \Psi_1 \cdot \left[F_{n,1} + \rho_B \cdot F_{n,B} \cdot F_{B,1} \right] + \Psi_2 \cdot \left[F_{n,2} + \rho_B \cdot F_{n,B} \cdot F_{B,2} \right] \cdots
\end{aligned}$$

Soit, sous forme matricielle :

$$\begin{vmatrix} 1 - F_{1,1} - \rho_B \cdot F_{1,B} \cdot F_{B,1} & - F_{1,2} - \rho_B \cdot F_{1,B} \cdot F_{B,2} \cdots \\ - F_{2,1} - \rho_B \cdot F_{2,B} \cdot F_{B,1} & 1 - F_{2,2} - \rho_B \cdot F_{2,B} \cdot F_{B,2} \cdots \\ \text{---------- ----------} & \\ - F_{n,1} - \rho_B \cdot F_{n,B} \cdot F_{B,1} & - F_{n,2} - \rho_B \cdot F_{n,B} \cdot F_{B,2} \cdots \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \\ \Psi_n \end{vmatrix} = \epsilon_B \begin{vmatrix} F_{1,B} \\ F_{2,B} \\ \\ F_{n,B} \end{vmatrix} \qquad \text{(III-17)}$$

ou encore : $A_1 (i,j) \times B (i) = F_1 (i)$ (III-18)

La matrice $A_1 (i,j)$ est égale à la somme de la matrice $A (i,j)$ calculée au paragraphe (II-2) et d'une matrice $E (i,j)$:

$$A_1 (i,j) = A (i,j) + E (i,j) \quad , \qquad \text{(III-19)}$$

la matrice E (i , j) ayant pour expression :

$$E(i,j) = -\rho_B \cdot \begin{vmatrix} F_{1,B} \cdot F_{B,1} & F_{1,B} \cdot F_{B,2} & \cdots \\ F_{2,B} \cdot F_{B,1} & F_{2,B} \cdot F_{B,2} & \cdots \\ \hline F_{n,B} \cdot F_{B,1} & F_{n,B} \cdot F_{B,2} & \cdots \end{vmatrix} \qquad \text{(III-20)}$$

La matrice colonne F_1 (i) est égale au produit du facteur d'émission ϵ_B par la matrice colonne F(i), cette dernière matrice ayant été définie au paragraphe (II-2).

- Cas particuliers étudiés -

Nous avons étudié les cas particuliers de cellules plans parallèles et de cellules circulaires. Les divers éléments matriciels correspondant à ces deux cas , ont été donnés au paragraphe (II-2).

Les courbes des figures (III-1 à 8), montrent la variation de Ψ_y en fonction de y pour diverses valeurs de ϵ_B . On remarque sur ces courbes que la variation de Ψ_y est très voisine d'une variation linéaire et qu'il existe des discontinuités dans les valeurs de l'émittance au niveau de la base et de l'ouverture, mais, conformément à ce que nous avons prévu en (III-23), ces discontinuités sont inégales ; celles situées au niveau de l'ouverture ayant des valeurs nettement inférieures à celles qui sont situées au niveau de la base.

On remarque, d'autre part, que la valeur des discontinuités relatives à la partie supérieure de la cellule augmente lorsque ϵ_B croît, tandis que la valeur de celles qui correspondent à la partie inférieure varient en sens inverse.

Pour $\epsilon_B = 1$, on retrouve le cas d'une surface de base noire et, en même temps, l'égalité de valeur des discontinuités. Nous étudierons de manière plus précise cette variation des discontinuités au paragraphe suivant.

2-3 - Calcul des discontinuités compte tenu d'une variation linéaire de l'émittance

Nous allons, dans ce cas encore, en supposant que Ψ_y varie linéairement avec y, calculer les valeurs que prend cette fonction aux extrêmités de la cellule et en déduire les valeurs des discontinuités.

Compte tenu de la linéarité de Ψ_y , l'équation traduisant le bilan thermique d'un élément de paroi p . dy s'écrit :

$$\Psi_y = \mathcal{F}_{dy,B} + \Psi_h \cdot \mathcal{F}_{dy,h} - \frac{\Psi_h - \Psi_0}{h} \int_0^h \mathcal{F}_{dy,x}\, dx \qquad \text{(III-21)}$$

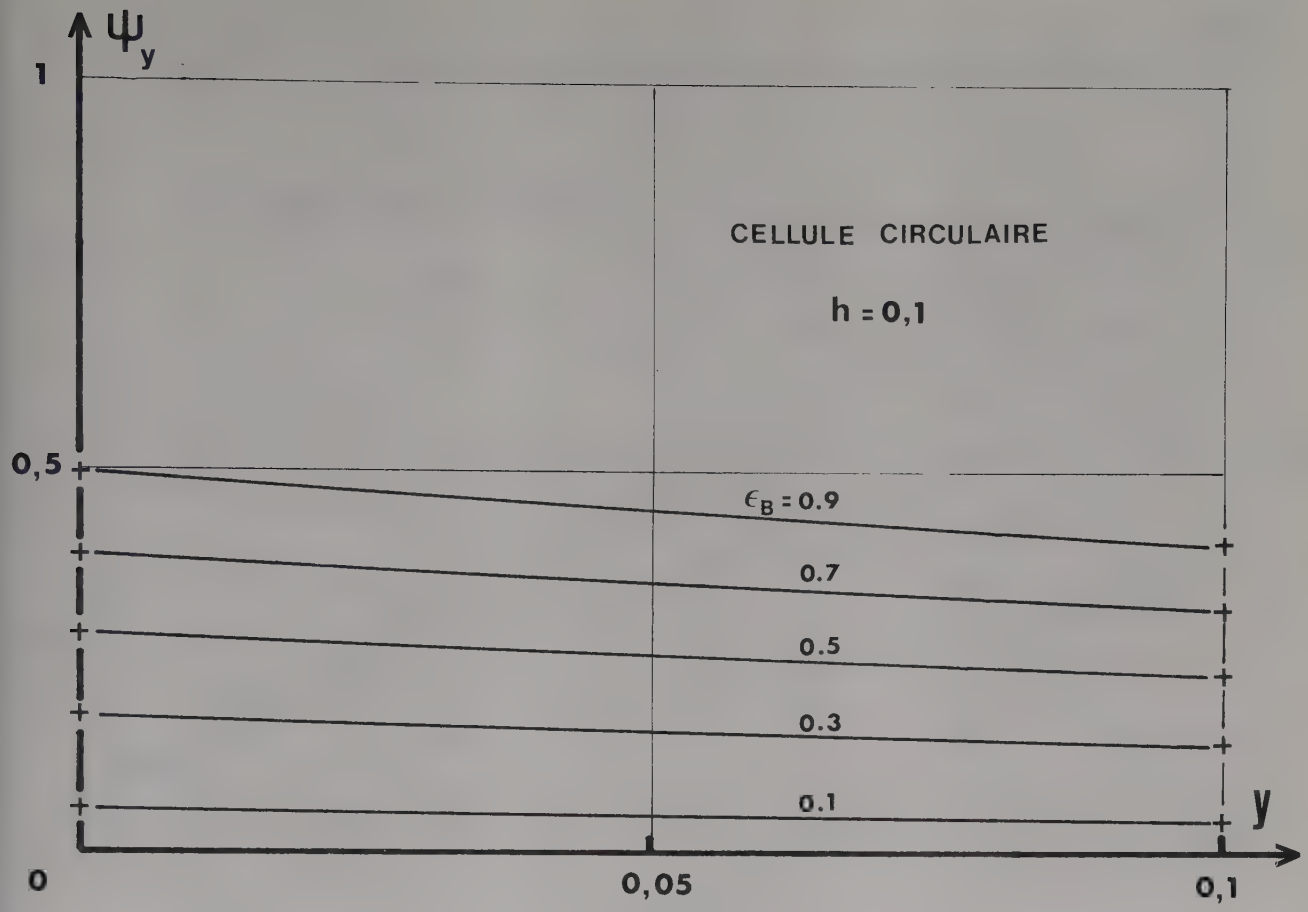


Fig. III - 1

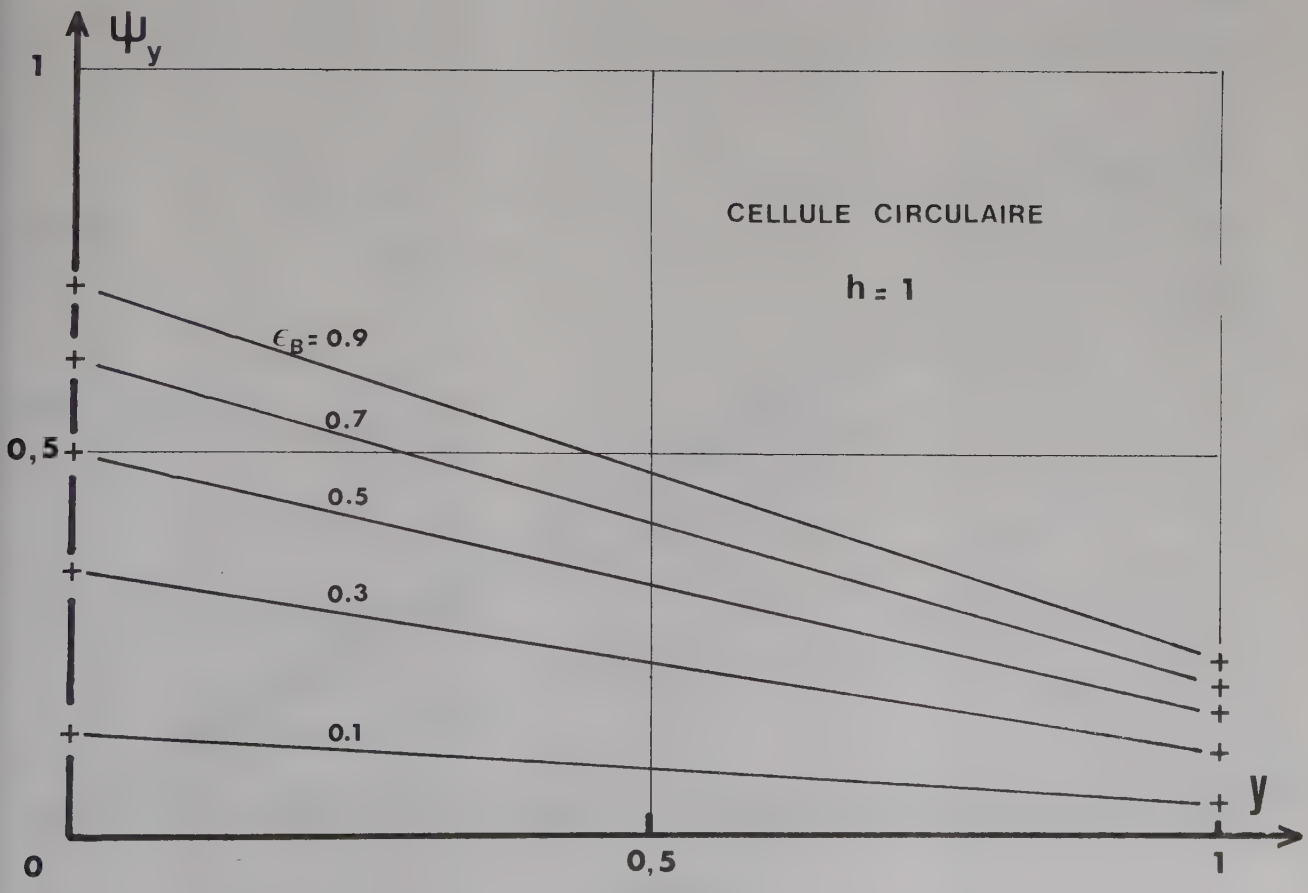


Fig III - 2

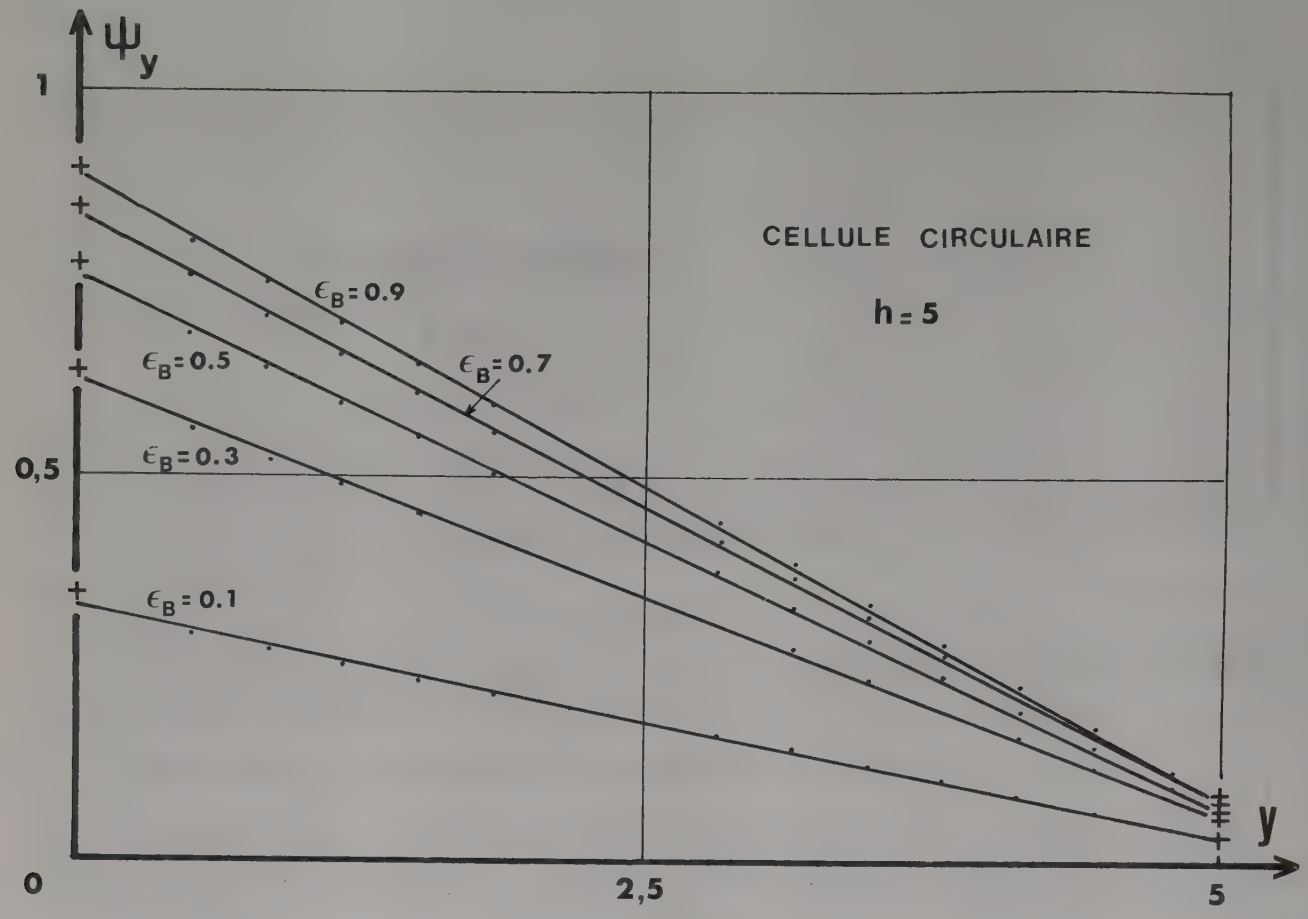


Fig. III - 3

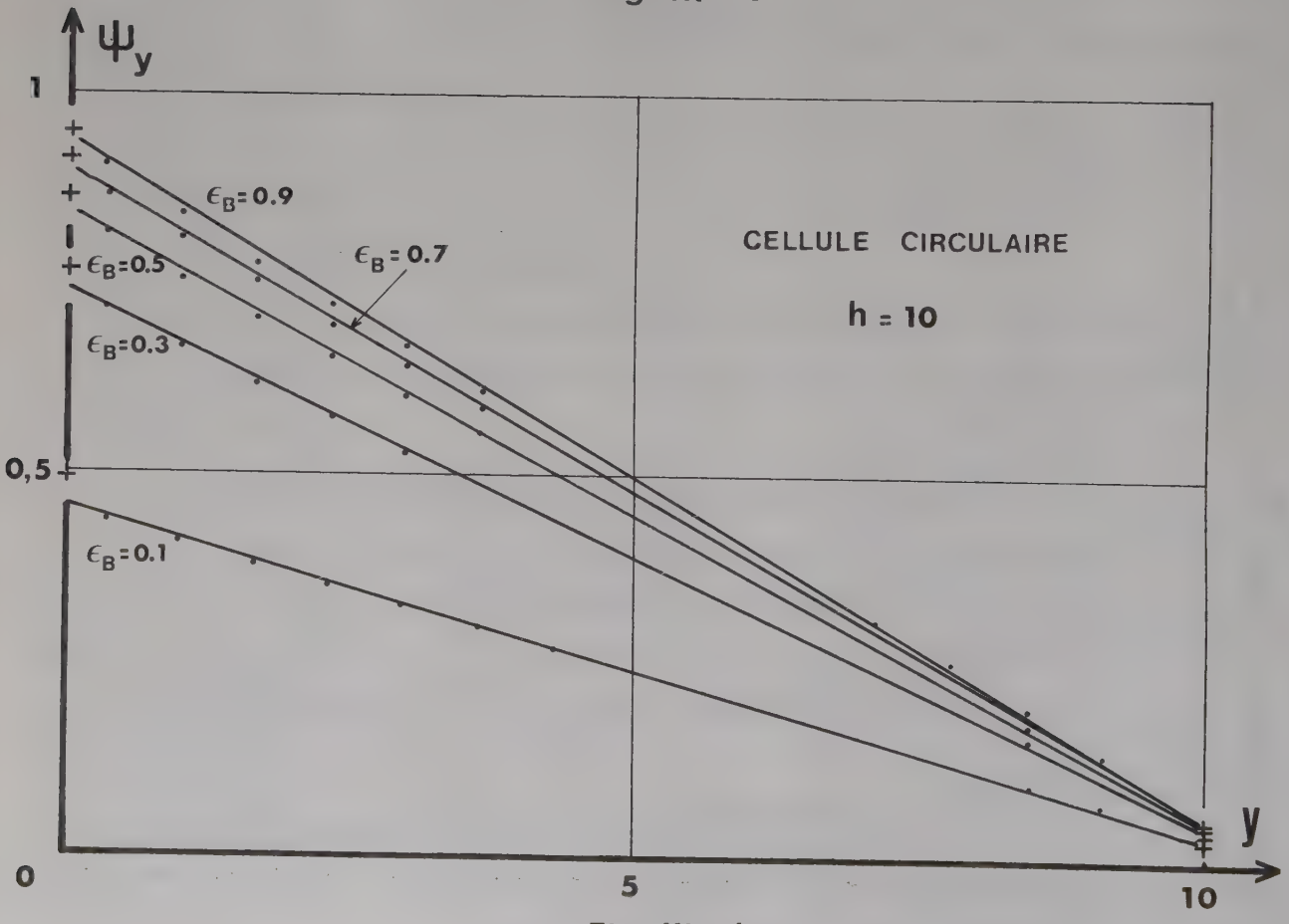


Fig. III - 4

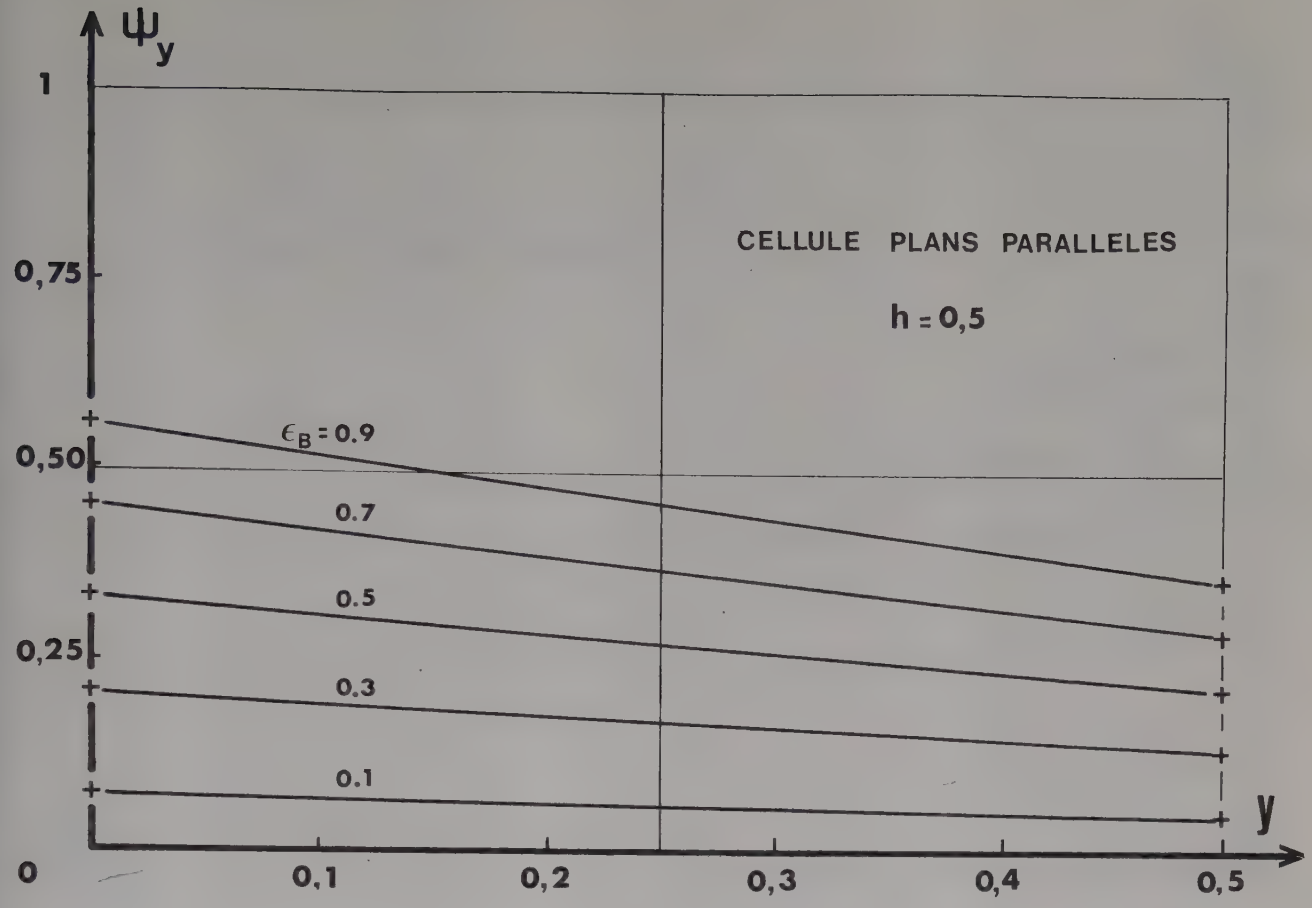


Fig. III - 5

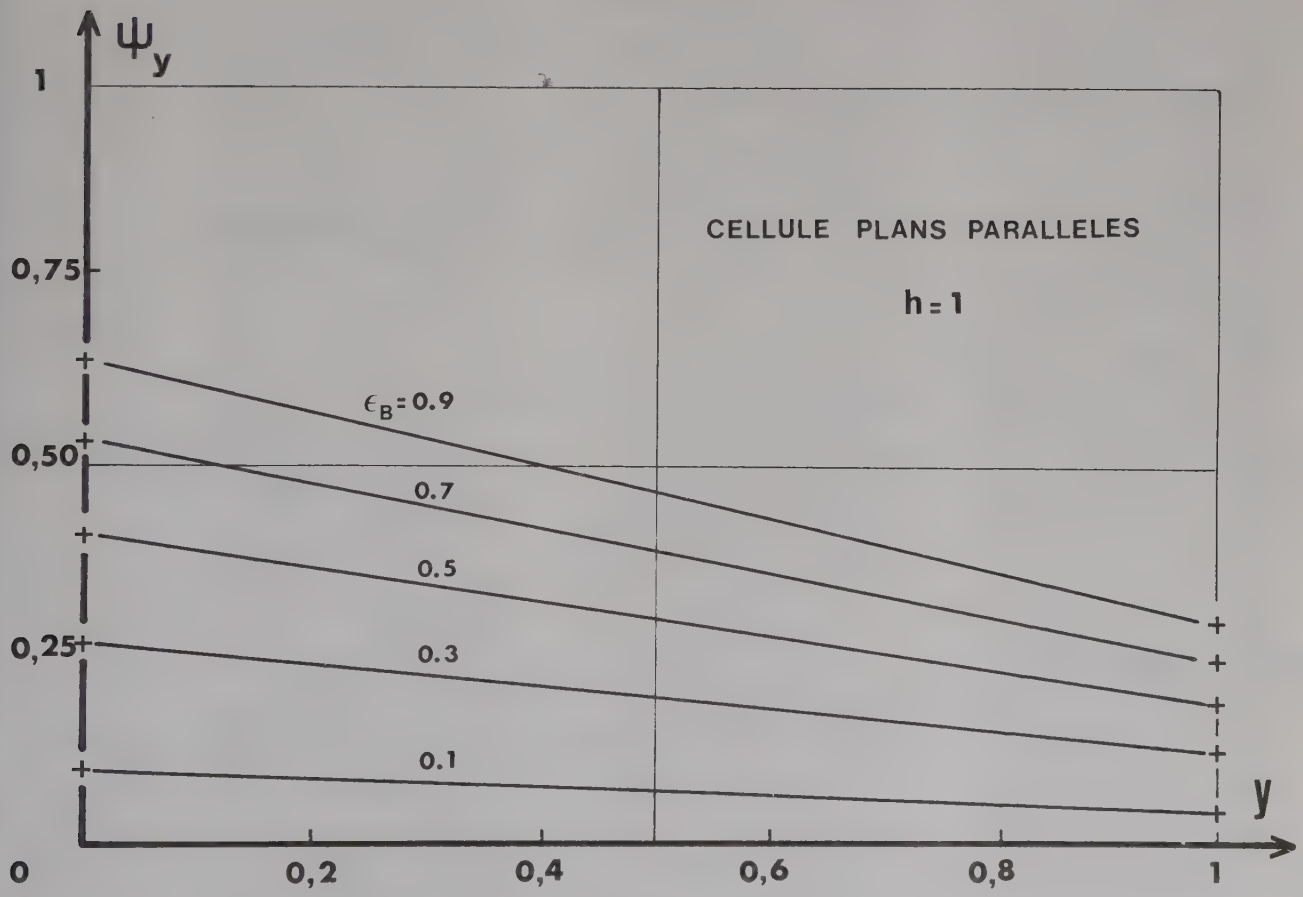


Fig. III - 6

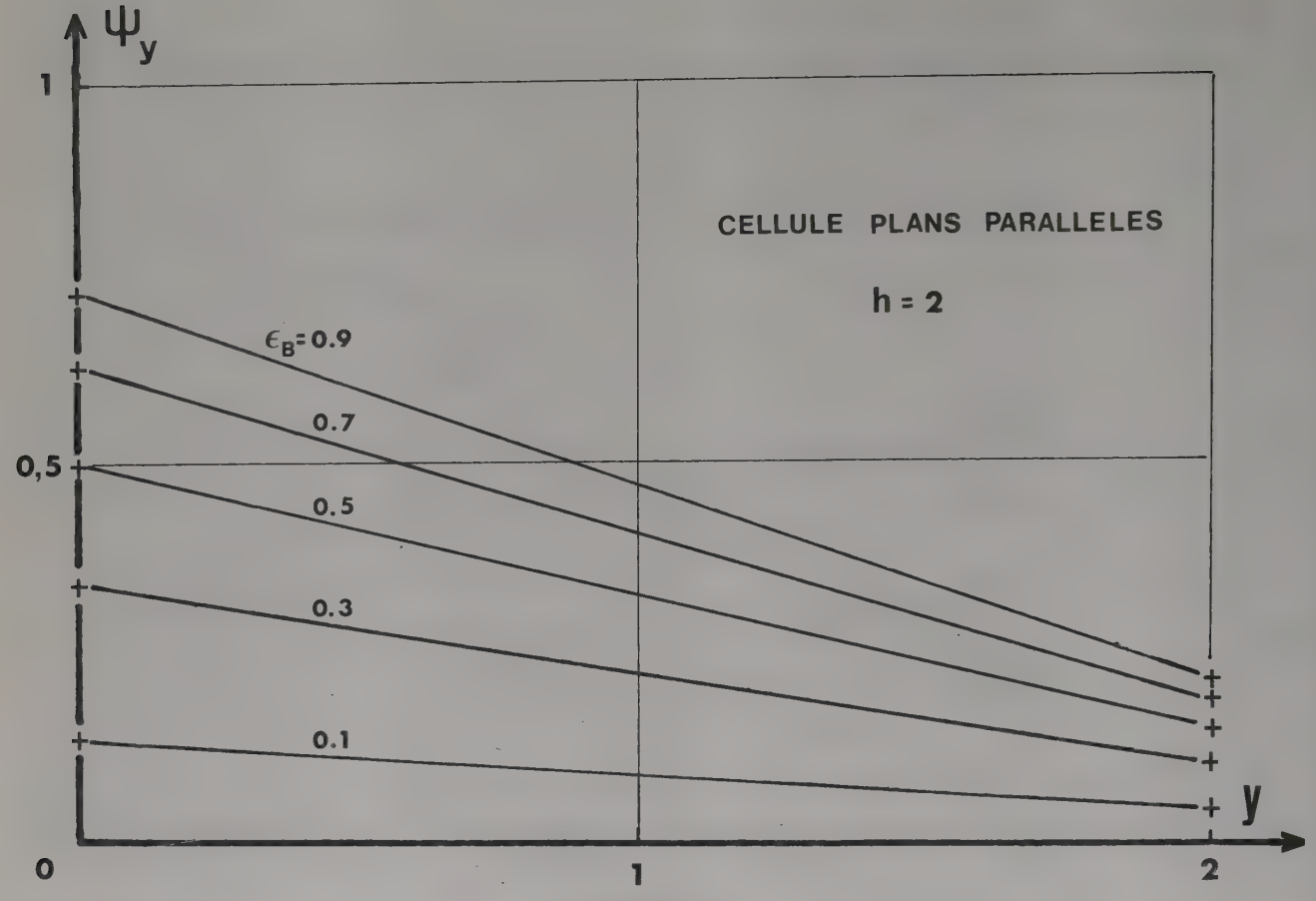


Fig. III - 7

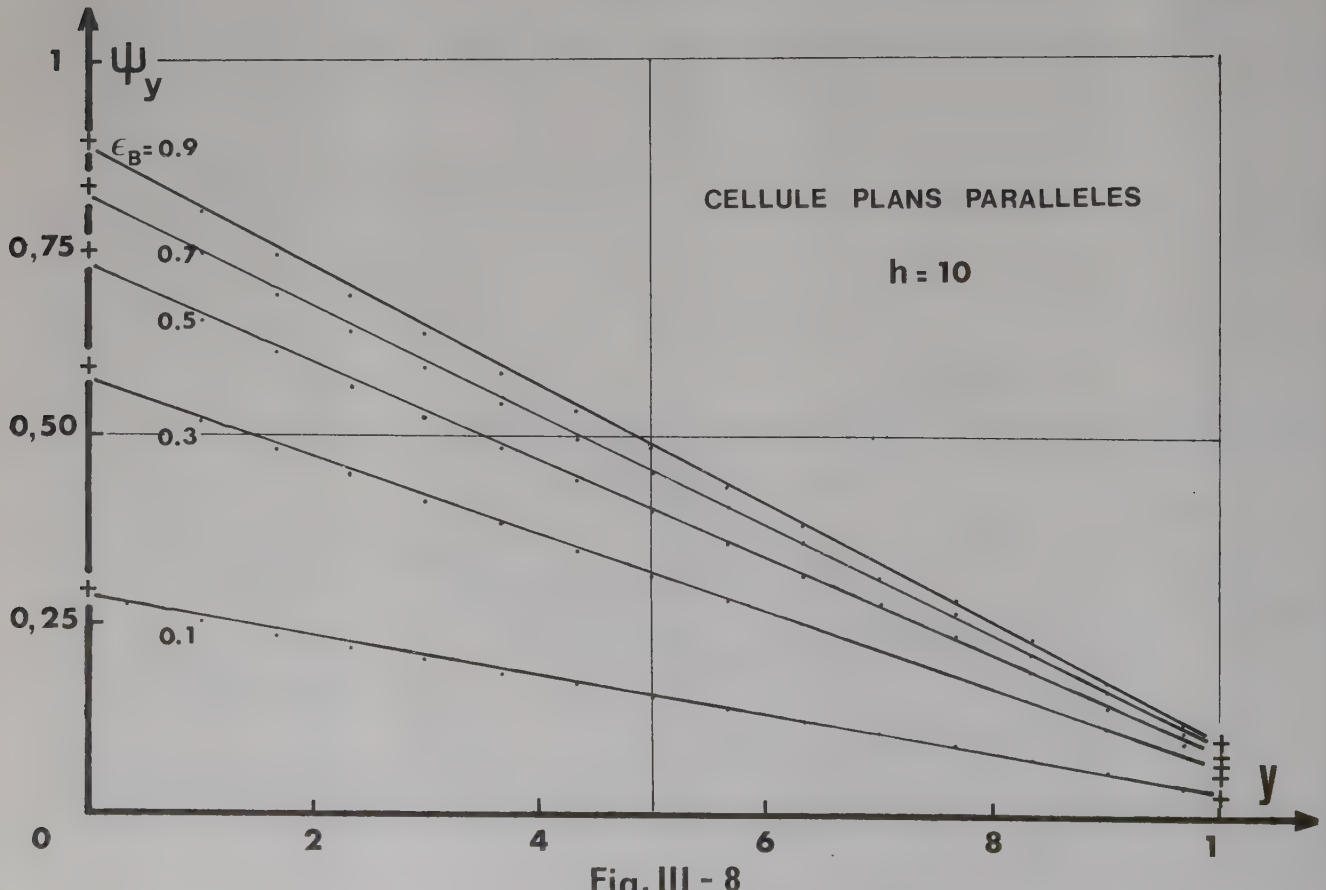


Fig. III - 8

En appliquant ce bilan à deux valeurs particulières de y (y = 0 , y = h),
on obtient :

$$\Psi_0 = \mathcal{F}_1 + \Psi_h \cdot \mathcal{F}_3 - (\Psi_h - \Psi_0) \cdot \mathcal{J}_1 \qquad \text{(III-22)}$$

$$\Psi_h = \mathcal{F}_2 + \Psi_h \cdot \mathcal{F}_4 - (\Psi_h - \Psi_0) \cdot \mathcal{J}_2 \qquad \text{(III-23)}$$

avec :

$$\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_{dy_0,B} = \epsilon_B \cdot F_{dy_0,B} \quad ; \quad \mathcal{F}_3 = \mathcal{F}_{dy_0,h} = F_{dy_0,h} + \rho_B \cdot F_{dy_0,B} \cdot F_{B,h}$$

$$\mathcal{F}_2 = \mathcal{F}_{dy_h,B} = \epsilon_B \cdot F_{dy_h,B} \quad ; \quad \mathcal{F}_4 = \mathcal{F}_{dy_h,h} = F_{dy_h,h} + \rho_B \cdot F_{dy_h,B} \cdot F_{B,h}$$

$$\mathcal{J}_1 = \frac{1}{h} \cdot \int_0^h \mathcal{F}_{dy_0,x} = \frac{1}{h} \int_0^h (F_{dy_0,x} + \rho_B \cdot F_{dy_0,B} \cdot F_{B,x}) \cdot dx$$

$$\mathcal{J}_2 = \frac{1}{h} \cdot \int_0^h \mathcal{F}_{dy_h,x} = \frac{1}{h} \cdot \int_0^h (F_{dy_h,x} + \rho_B \cdot F_{dy_h,B} \cdot F_{B,x}) \cdot dx .$$

La résolution en Ψ_0 et Ψ_h du système d'équations (III-22) et (III-23) entraîne :

$$\Psi_h = \frac{\mathcal{J}_2 \cdot \mathcal{F}_1 - \mathcal{J}_1 \cdot \mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_2}{\mathcal{J}_1 \cdot \mathcal{F}_4 - \mathcal{J}_2 \cdot \mathcal{F}_3 + \mathcal{J}_2 - \mathcal{J}_1 - \mathcal{F}_4 + 1} \qquad \text{(III-24)}$$

$$\Psi_0 = \frac{\mathcal{J}_2 \cdot \mathcal{F}_1 - \mathcal{J}_1 \cdot \mathcal{F}_2 - \mathcal{F}_1 \cdot \mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_2 \cdot \mathcal{F}_3 + \mathcal{F}_1}{\mathcal{J}_1 \cdot \mathcal{F}_4 - \mathcal{J}_2 \cdot \mathcal{F}_3 + \mathcal{J}_2 - \mathcal{J}_1 - \mathcal{F}_4 + 1} \qquad \text{(III-25)}$$

Remarque :

Lorsque h = 0 , quel que soit le type de cellule étudié, les facteurs d'angle généralisés prennent les valeurs suivantes :

$$\mathcal{F}_1 = \frac{\epsilon_B}{2} \quad , \quad \mathcal{F}_3 = 0$$

$$\mathcal{F}_2 = \frac{\epsilon_B}{2} \quad , \quad \mathcal{F}_4 = 0$$

alors que les intégrales $\mathcal{J}_1$ et $\mathcal{J}_2$ tendent vers 0, ce qui entraîne :

$$\Psi_h = \frac{\epsilon_B}{2} \qquad , \qquad \Psi_0 = \frac{\epsilon_B}{2}$$

Les expressions donnant Ψ_0 et Ψ_h sont assez compliquées, aussi avons nous calculé leurs valeurs pour des cas particuliers à l'aide d'un ordinateur.

a) Cellules plans parallèles :

Pour ce type de structure, les différents facteurs permettant de calculer Ψ_0 et Ψ_h ont pour expression :

$$\mathcal{F}_1 = \frac{\epsilon_B}{2}$$

$$\mathcal{F}_2 = \frac{\epsilon_B}{2} \cdot \left(1 - \frac{h}{\sqrt{1+h^2}}\right)$$

$$\mathcal{F}_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{\sqrt{1+h^2}} + \frac{\rho_B}{4} \cdot (1 + h - \sqrt{1+h^2})$$

$$\mathcal{F}_4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{\sqrt{1+h^2}} + \frac{\rho_B}{4} \cdot \left(1 - \frac{h}{\sqrt{1+h^2}}\right) \cdot (1 + h - \sqrt{1+h^2})$$

$$\mathcal{J}_1 = \frac{1}{2h} \cdot (\sqrt{1+h^2} - 1) + \frac{\rho_B}{4} \cdot \left(h + \frac{h^2}{2} - \frac{h}{2}\sqrt{1+h^2} - \frac{1}{2} \operatorname{Log}(h + \sqrt{1+h^2})\right)$$

$$\mathcal{J}_2 = \frac{1}{2h} \cdot \frac{h}{\sqrt{1+h^2}} - \frac{1}{2h} \cdot (\sqrt{1+h^2} - 1) + \frac{\rho_B}{4h} \cdot \left(1 - \frac{h}{\sqrt{1+h^2}}\right) \cdot$$

$$\cdot \left[h + \frac{h^2}{2} - \frac{\sqrt{1+h^2}}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Log}(h + \sqrt{1+h^2})\right]$$

b) Cellules circulaires :

Pour ce type de structure., on obtient :

$$\mathcal{F}_1 = \frac{\epsilon_B}{2}$$

$$\mathcal{F}_2 = \epsilon_B \left[\frac{h^2 + 0{,}5}{\sqrt{1+h^2}} - h\right]$$

$$\mathcal{F}_3 = \frac{1}{2} + h - \frac{h^2 + 0{,}5}{\sqrt{1+h^2}} + \rho_B (h \cdot \sqrt{1+h^2} - h^2)$$

$$\mathcal{F}_4 = \frac{1}{2} + h - \frac{h^2 + 0{,}5}{\sqrt{1+h^2}} + 2\rho_B \cdot \left(\frac{h^2 + 0{,}5}{\sqrt{1+h^2}} - h\right) \cdot (h\sqrt{1+h^2} - h^2)$$

$$\mathcal{J}_1 = \frac{1}{2} (1 + h - \sqrt{1+h^2}) + \frac{\rho_B}{3.h} \cdot \left[(1+h^2)^{3/2} - h^3 - 1\right]$$

$$\mathcal{J}_2 = \frac{h}{2} - \frac{h^2 + 0{,}5}{\sqrt{1+h^2}} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1+h^2} + \frac{\rho_B}{3h} \cdot \left[\frac{h^2 + 0{,}5}{\sqrt{1+h^2}} - h\right] \cdot \left[(1+h^2)^{3/2} - h^3 - 1\right]$$

Résultats :

Les tableaux (III-1) et (III-2) donnent les valeurs de Ψ_0 et de Ψ_h, calculées dans ces deux cas particuliers, pour différentes hauteurs relatives et en donnant à ϵ_B les valeurs 0,1 - 0,2 ... 0,9 - 1.

Nous avons porté sur les figures (III-9) et (III-10) les valeurs des discontinuités, déduites de celles de Ψ_0 et Ψ_h, en fonction de la hauteur relative h, ϵ_B prenant les mêmes valeurs que ci-dessus. On remarque sur ces courbes que lorsque, $h = 0$, on retrouve bien : $\Delta M_B = \Psi_h = \frac{\epsilon_B}{2}$ et $\Delta M_E = 1 - \Psi_0 = 1 - \frac{\epsilon_B}{2}$.

D'autre part, les remarques faites à la fin du paragraphe précédent se trouvent bien justifiées ici.

Remarque : Validité de la linéarisation de Ψ_y.

Afin de vérifier la validité de l'expression linéaire adoptée pour la loi de variation de Ψ_y en fonction de y, nous avons porté sur les figures (III-1 à 8) les valeurs de Ψ_0 et de Ψ_h correspondant à ces divers cas particuliers, Ψ_0 et Ψ_h étant calculées à l'aide de cette approximation linéaire. Sur chacune de ces figures, les différentes valeurs de Ψ_0 et Ψ_h sont repérées grâce à des croix portées respectivement par l'axe des ordonnées et par un axe qui lui est parallèle, à l'abscisse h.

Nous remarquons, dans tous les cas, que *les valeurs de Ψ_0 et de Ψ_h correspondent pratiquement à celles que prend la fonction Ψ_y, tracée d'après les résultats du calcul numérique précédent, pour $y = 0$ et $y = h$.*

L'approximation linéaire est ainsi bien justifiée et on peut donc écrire :

$$\Psi_y = \frac{\Psi_h - \Psi_0}{h} \cdot y + \Psi_0 \cdot \qquad \text{(III-26)}$$

Cette équation de variation de Ψ_y en fonction de y permet de poursuivre très aisément l'étude des propriétés des structures cellulaires associées à une surface de base sélective.

h / ϵ_B	1		2		3		5		10		15	
	Ψ_0	Ψ_H	Ψ_0	Ψ_H	Ψ_0	Ψ_H	Ψ_0	Ψ_H	Ψ_0	Ψ_H	Ψ_0	Ψ_H
0,1	0,1330	0,0407	0,1980	0,0375	0,2528	0,0350	0,3422	0,0307	0,4934	0,0234	0,5880	0,0189
0,2	0,2455	0,0755	0,3439	0,0654	0,4182	0,0580	0,5250	0,0471	0,6744	0,0320	0,7522	0,0242
0,3	0,3419	0,1057	0,4559	0,0870	0,5347	0,0743	0,6389	0,0574	0,7684	0,0365	0,8295	0,0267
0,4	0,4253	0,1322	0,5444	0,1042	0,6233	0,0864	0,7165	0,0644	0,8259	0,0392	0,8744	0,0282
0,5	0,4982	0,1556	0,6163	0,1183	0,6881	0,0959	0,7729	0,0695	0,8648	0,0410	0,9037	0,0291
0,6	0,5625	0,1766	0,6757	0,1301	0,7413	0,1035	0,8157	0,0734	0,8928	0,0424	0,9244	0,0298
0,7	0,6195	0,1955	0,7256	0,1401	0,7846	0,1097	0,8492	0,0765	0,9139	0,0434	0,9398	0,0303
0,8	0,6703	0,2126	0,7682	0,1488	0,8205	0,1149	0,8763	0,0790	0,9304	0,0442	0,9516	0,0307
0,9	0,7161	0,2282	0,8049	0,1564	0,8508	0,1194	0,8985	0,0810	0,9437	0,0448	0,9610	0,0310
1	0,7573	0,2426	0,8368	0,1631	0,8767	0,1232	0,9172	0,0828	0,9546	0,0454	0,9687	0,0312

TABLEAU III-1 - CELLULES CIRCULAIRES

h / ϵ_B	1		2		3		5		10		15	
	Ψ_0	Ψ_H	Ψ_0	Ψ_H	Ψ_0	Ψ_H	Ψ_0	Ψ_H	Ψ_0	Ψ_H	Ψ_0	Ψ_H
0,1	0,0961	0,0435	0,1307	0,0391	0,1592	0,0362	0,2072	0,0322	0,2987	0,0260	0,3670	0,0223
0,2	0,1840	0,0834	0,2426	0,0726	0,2880	0,0655	0,3588	0,0557	0,4780	0,0417	0,5555	0,0337
0,3	0,2649	0,1200	0,3395	0,1015	0,3942	0,0896	0,4746	0,0737	0,5976	0,05210	0,6702	0,0407
0,4	0,3394	0,1538	0,4241	0,1269	0,4832	0,1099	0,5659	0,0878	0,6831	0,0595	0,7474	0,4534
0,5	0,4084	0,1850	0,4988	0,1492	0,5591	0,1271	0,6397	0,0993	0,7472	0,0651	0,8082	0,0487
0,6	0,4724	0,2140	0,5651	0,1691	0,6244	0,1419	0,7007	0,1087	0,7970	0,0695	0,8446	0,0512
0,7	0,5320	0,2410	0,6243	0,1868	0,6812	0,1549	0,7518	0,1167	0,8369	0,0730	0,8772	0,0532
0,8	0,5875	0,2662	0,6776	0,2027	0,7311	0,1662	0,7954	0,1234	0,8696	0,0758	0,9034	0,0548
0,9	0,6395	0,2897	0,7258	0,2172	0,7753	0,1763	0,8329	0,1293	0,8968	0,0782	0,9248	0,0561
1	0,6881	0,3118	0,7696	0,2303	0,8147	0,1852	0,8656	0,1343	0,9198	0,0802	0,9427	0,0572

TABLEAU III-2 - CELLULES PLANS PARALLELES

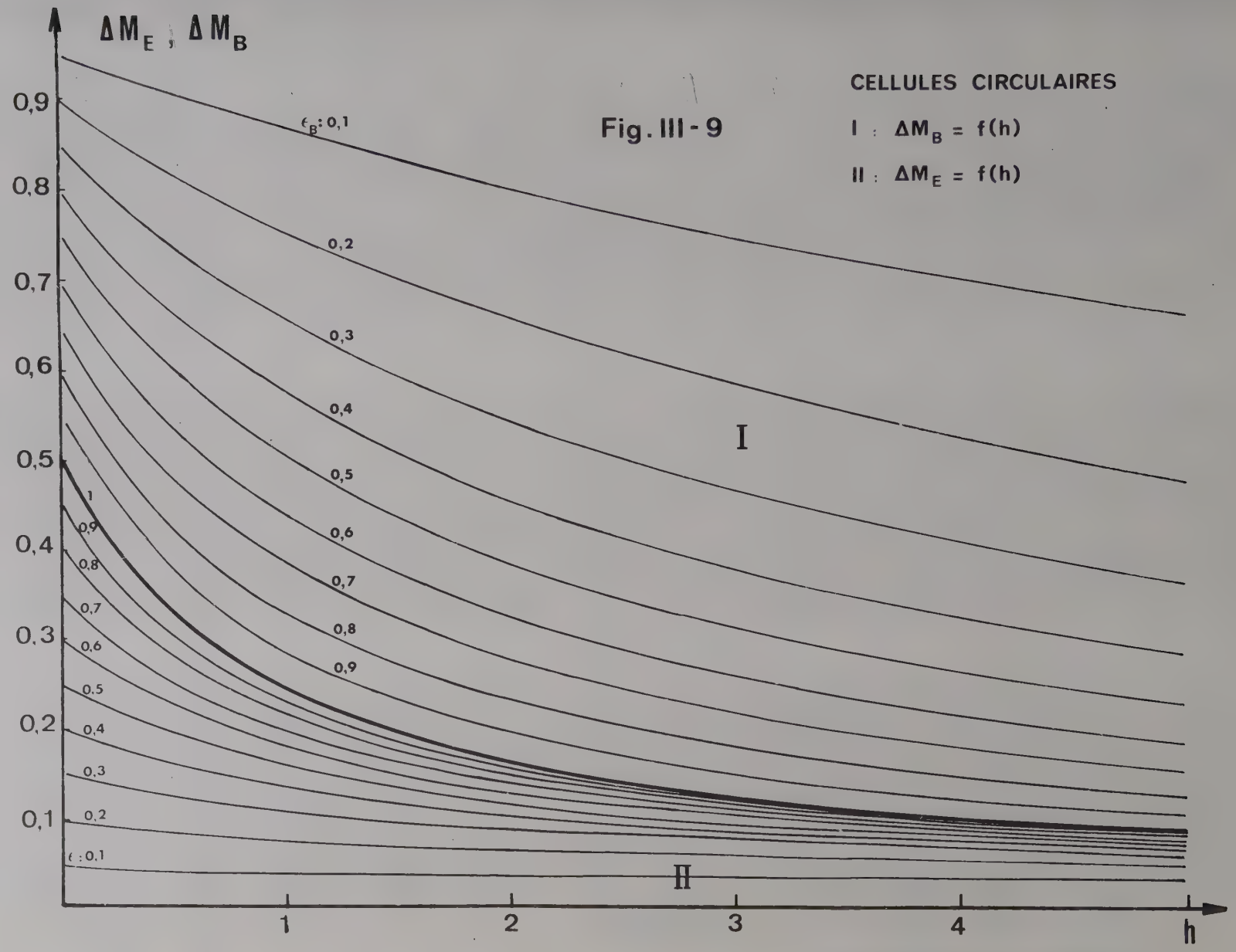
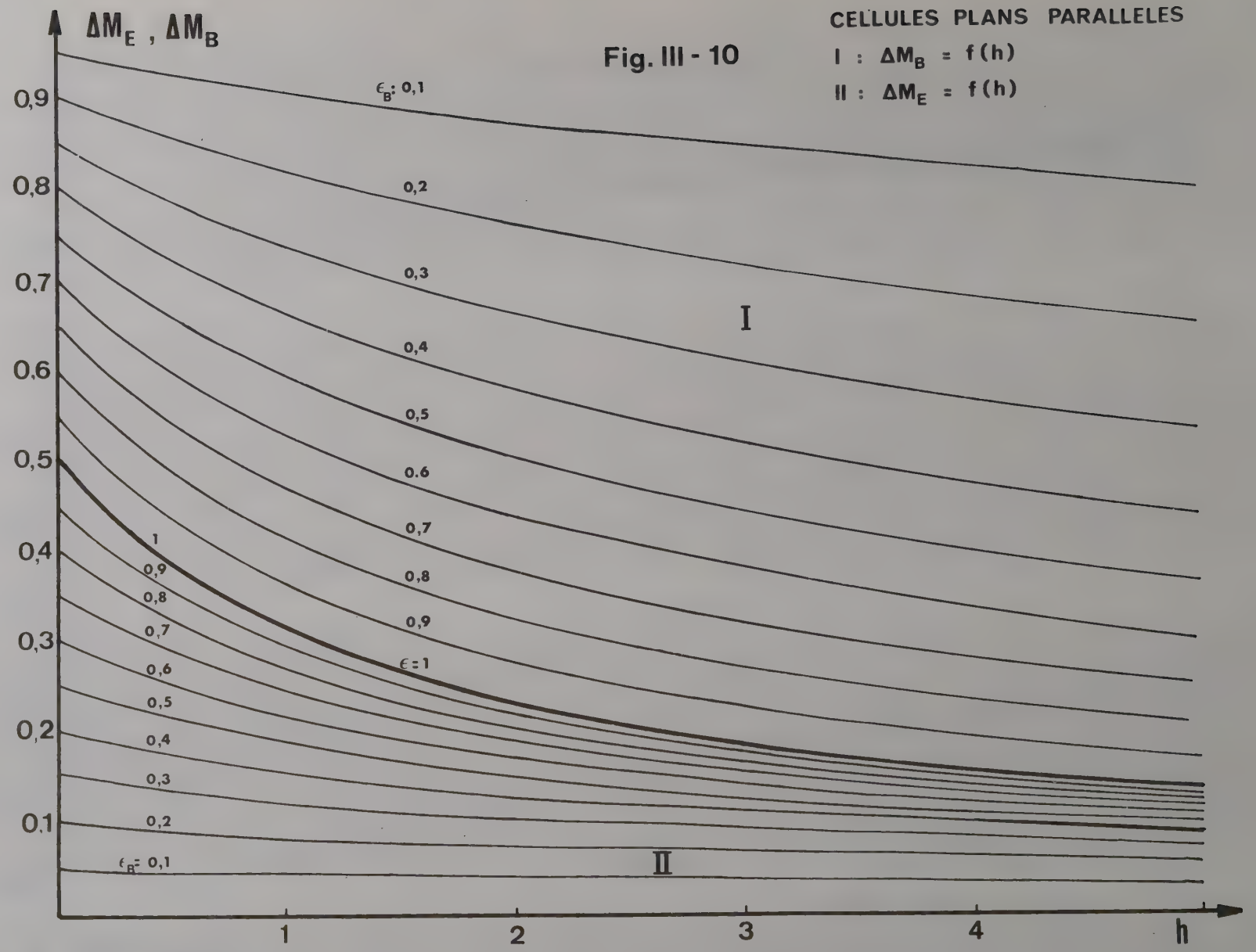


Fig. III - 9

CELLULES CIRCULAIRES

I : $\Delta M_B = f(h)$

II : $\Delta M_E = f(h)$


ΔM_E , ΔM_B
Fig. III - 10
CELLULES PLANS PARALLELES
I : ΔM_B = f(h)
II : ΔM_E = f(h)
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
ε_B: 0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0.6
0,7
0,8
0,9
ε = 1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
ε_B = 0,1
I
II
1
2
3
4
h

3 - ETUDE DU BILAN THERMIQUE DE LA SURFACE DE BASE

Les pertes par unité d'aire d'une surface sélective recouverte de cellules antirayonnantes ont une expression équivalente à celle établie en (II-1), les facteurs d'angle géométrique étant alors remplacés par les facteurs d'angle généralisés.

$$\phi_P = \epsilon_B \cdot M_B - M_E \cdot \mathcal{F}_{E,B} - \int_0^h \epsilon_B \cdot M_y \cdot \mathcal{F}_{B,dy} \cdot \qquad \text{(III-27)}$$

De la même manière qu'au paragraphe (II-4), on ajoute et on retranche ensuite le terme $M_E \cdot \mathcal{F}_{B,h}$, ce qui nous permet d'écrire, après tous calculs faits :

$$\phi_P = \epsilon_B \cdot (M_B - M_E) \cdot \left(1 - \int_0^h \Psi_y \cdot \mathcal{F}_{B,\,dy}\right) \cdot \qquad \text{(III-28)}$$

En remplaçant le facteur d'angle généralisé $\mathcal{F}_{B,dy}$ par son expression en fonction du facteur d'angle géométrique correspondant, il vient finalement :

$$\phi_P = \epsilon_B \cdot (M_B - M_E) \cdot \left(1 - \int_0^h \Psi_y \cdot F_{B,dy}\right) \cdot \qquad \text{(III-29)}$$

Afin d'éviter l'écueil de l'intégration générale de cette équation, nousallons à nouveau utiliser une méthode d'intégration par parties qui conduit à :

$$\phi_P = \epsilon_B \cdot (M_B - M_E) \cdot \left(1 - \Psi_h \cdot F_{B,h} - \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \int_0^h F_{B,y}\, dy\right) . \qquad \text{(III-30)}$$

Remarque : Si au lieu d'introduire la fonction Ψ_y , nous avions raisonné à partir des émittances, l'équation des pertes aurait pour expression :

$$\phi_P = \epsilon_B \cdot (M_B - M_E) \cdot \left[1 - \frac{1}{h}\int_0^h F_{B,y}\, dy + \Delta M_E \left(\frac{1}{h}\int_0^h F_{B,y}\, dy - F_{B,h}\right) + \Delta M_B \frac{1}{h}\int_0^h F_{B,y}\, dy\right] \qquad \text{(III-31)}$$

Comme on le voit, l'introduction de la fonction caractéristique Ψ_y simplifie notablement l'écriture des bilans radiatifs.

La résolution de l'équation (III-30) permet, dans certaines conditions, que nous définissons ci-après, de tracer la courbe de variation des températures limites que peut atteindre une surface sélective recouverte de cellules, en fonction de la hauteur relative de ces cellules.

Nous pouvons, comme au paragraphe (III-4), écrire que pour l'unité de surface et à l'équilibre thermique, les pertes ϕ_P , le flux incident ϕ_i , et les pertes arrières ϕ_A sont liées par la relation :

$$\phi_P = \phi_i - \phi_A \cdot$$

On en déduit la température limite de la surface de base :

$$T_B = \frac{1}{\sigma} \cdot \left\{ \frac{\Phi_i - \Phi_A}{\epsilon_B \left(1 - \Psi_h \cdot F_{B,h} - \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \int_0^h F_{B,y} \cdot dy \right)} + M_E \right\}^{1/4} \qquad \text{(III-32)}$$

Cas particuliers étudiés :

Nous avons tracé les courbes représentant la variation de T_B en fonction de h pour différentes valeurs de ϵ_B, les valeurs de Ψ_0 et de Ψ_h ayant été calculées au paragraphe précédent.

Nous nous sommes placés encore dans le cas où les pertes arrières Φ_A sont supposées nulles et où le flux incident Φ_i est pris égal à 1000 $W.m^{-2}$. La température extérieure est toujours prise égale à 300°K, ce qui entraîne une émittance équivalente de l'ouverture égale à 459 $W.m^{-2}$.

a) Cellules plans parallèles :

La température T_B est donnée en fonction de ϵ_B, Ψ_0, Ψ_h et M_E par l'expression :

$$T_B = \left\{ \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\Phi_i - \Phi_A}{\epsilon_B \cdot \left[1 - \Psi_h \cdot (1 + h - \sqrt{1+h^2}) - \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \cdot \left(h + \frac{h^2}{2} - \frac{1}{2} h \sqrt{1+h^2} - \frac{1}{2} \cdot \mathrm{Log}\left(h + \sqrt{1+h^2}\right)\right)\right]} + M_E \right\}^{1/4}$$

Les courbes de la figure (III-12), montrent la variation de T_B en fonction de h pour différentes valeurs de ϵ_B.

b) Cellules circulaires :

Dans ce cas, la valeur T_B de la température est donnée par :

$$T_B \left\{ \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\Phi_i - \Phi_A}{\epsilon_B \cdot \left[1 - 2.\Psi_h \cdot \left(h \sqrt{1+h^2} - h^2\right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \left[(1 + h^2)^{3/2} - h^3 - 1 \right]\right]} + M_E \right\}^{1/4}$$

Les courbes de la figure (III-11) correspondent à ce type de cellule.

Pour ces deux types de structures, nous vérifions que le *gain en température s'accroît notablement lorsque ϵ_B diminue. On remarque également que l'accroissement de T_B en fonction de h est plus faible lorsque ϵ_B est petit*. Nous retrouverons ces deux résultats dans l'étude du facteur de réduction de ces structures.

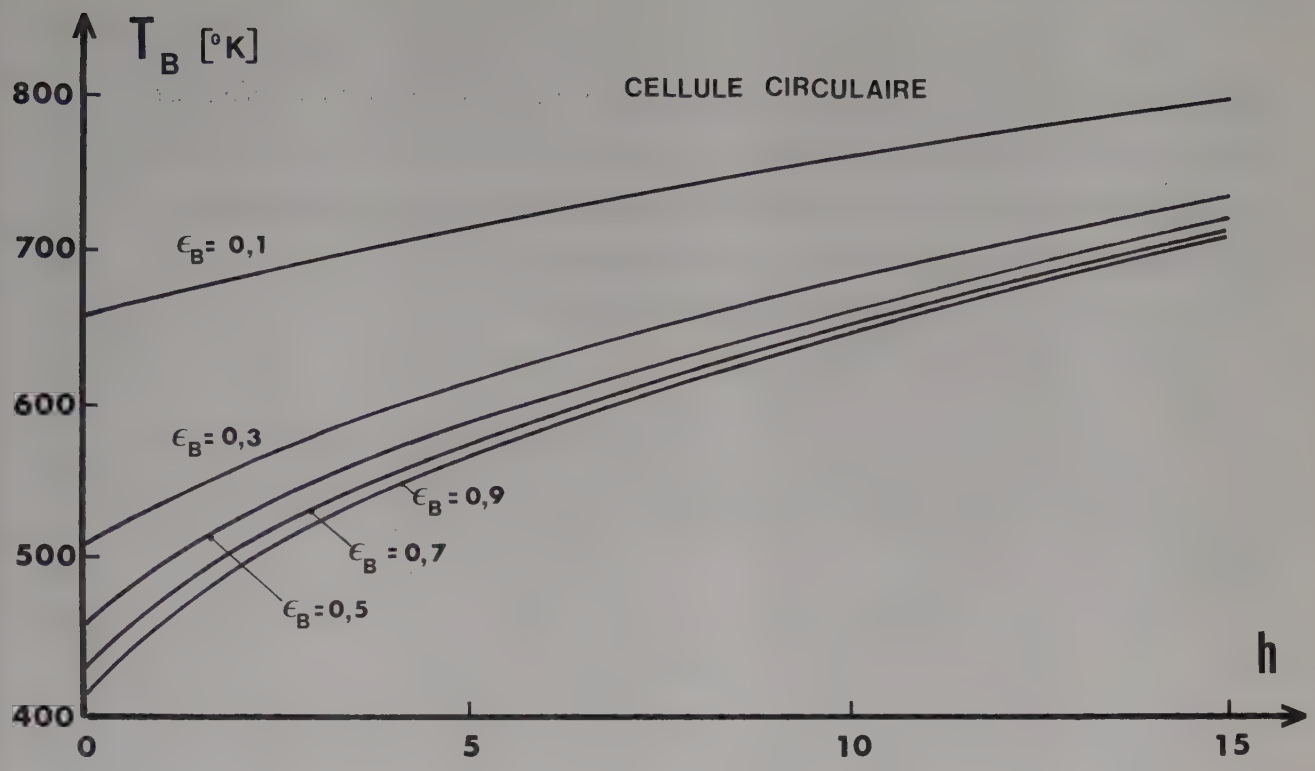


Fig. III - 11

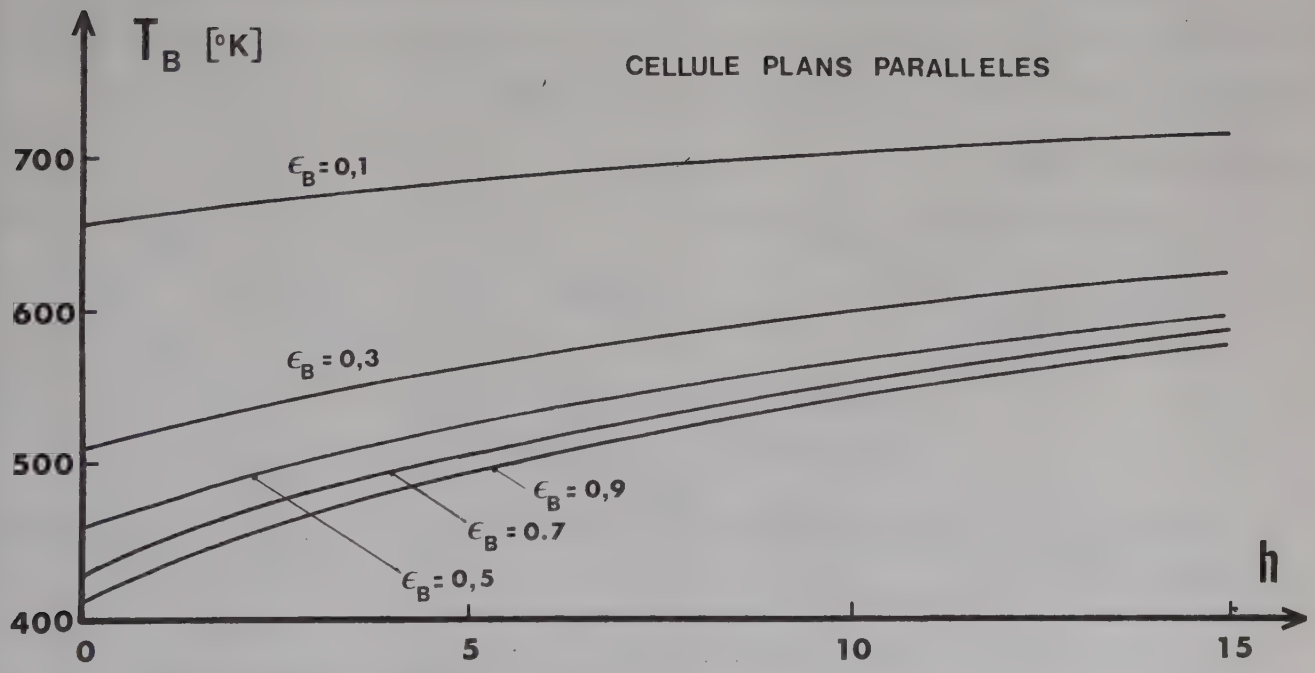


Fig. III - 12

4 - FACTEURS DE REDUCTION

Nous avons défini (II-5) le facteur de réduction Γ exprimant le rapport entre les pertes d'une surface noire recouverte d'une structure cellulaire et celles de cette même surface dans les mêmes conditions de température. Nous pouvons définir, de la même manière, le facteur de réduction Γ_S relatif à une surface sélective recouverte de cellules, les pertes de cet ensemble étant alors rapportées à celle de la surface sélective à même température.

$$\Gamma_S = 1 - \int_0^h \Psi_y \cdot F_{B,dy} \quad . \tag{III-34}$$

Nous définirons aussi le facteur de réduction Γ_N comme étant le rapport entre les pertes d'une surface sélective recouverte de cellules et celles d'une surface noire portée à même température:

$$\Gamma_N = \epsilon_B \cdot (1 - \int_0^h \Psi_y \cdot F_{B,dy}) \quad . \tag{III-35}$$

Remarquons que *le facteur de réduction Γ_S traduit l'action antirayonnante d'une structure cellulaire disposée devant une surface de base grise et permet de calculer les modifications apportées au bilan thermique d'une telle surface.*

Par contre, *le facteur de réduction Γ_N permet de mettre en évidence les propriétés antirayonnantes de l'association surface de base sélective, structure cellulaire antirayonnante; le bilan radiatif d'un tel ensemble est alors rapporté à celui d'une surface noire.*

Cas particuliers étudiés :

a) Structures cellulaires cylindriques :

$$\Gamma_S = 1 - 2\Psi_h \cdot (\sqrt{1+h^2} - h^2) + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \cdot \left[(1+h^2)^{3/2} - h^3 - 1\right] \tag{III-36}$$

$$\Gamma_N = \epsilon_B \cdot \Gamma_S$$

Les courbes de la figure (III-13) représentent la variation des facteurs Γ_S et Γ_N en fonction de h pour différents facteurs d'émission ϵ_B de la base.

b) Structures cellulaires plans parallèles :

$$\Gamma_S = 1 - \Psi_h \cdot (1 + h - \sqrt{1+h^2}) - \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \cdot \left[h + \frac{h^2}{2} - \frac{h}{2}\sqrt{1+h^2} - \frac{1}{2}\,\mathrm{Log}\,(h+\sqrt{1+h^2})\right]$$

$$\Gamma_N = \epsilon_B \cdot \Gamma_S \tag{III-37}$$

La figure III-14 correspond à ce type de structure.

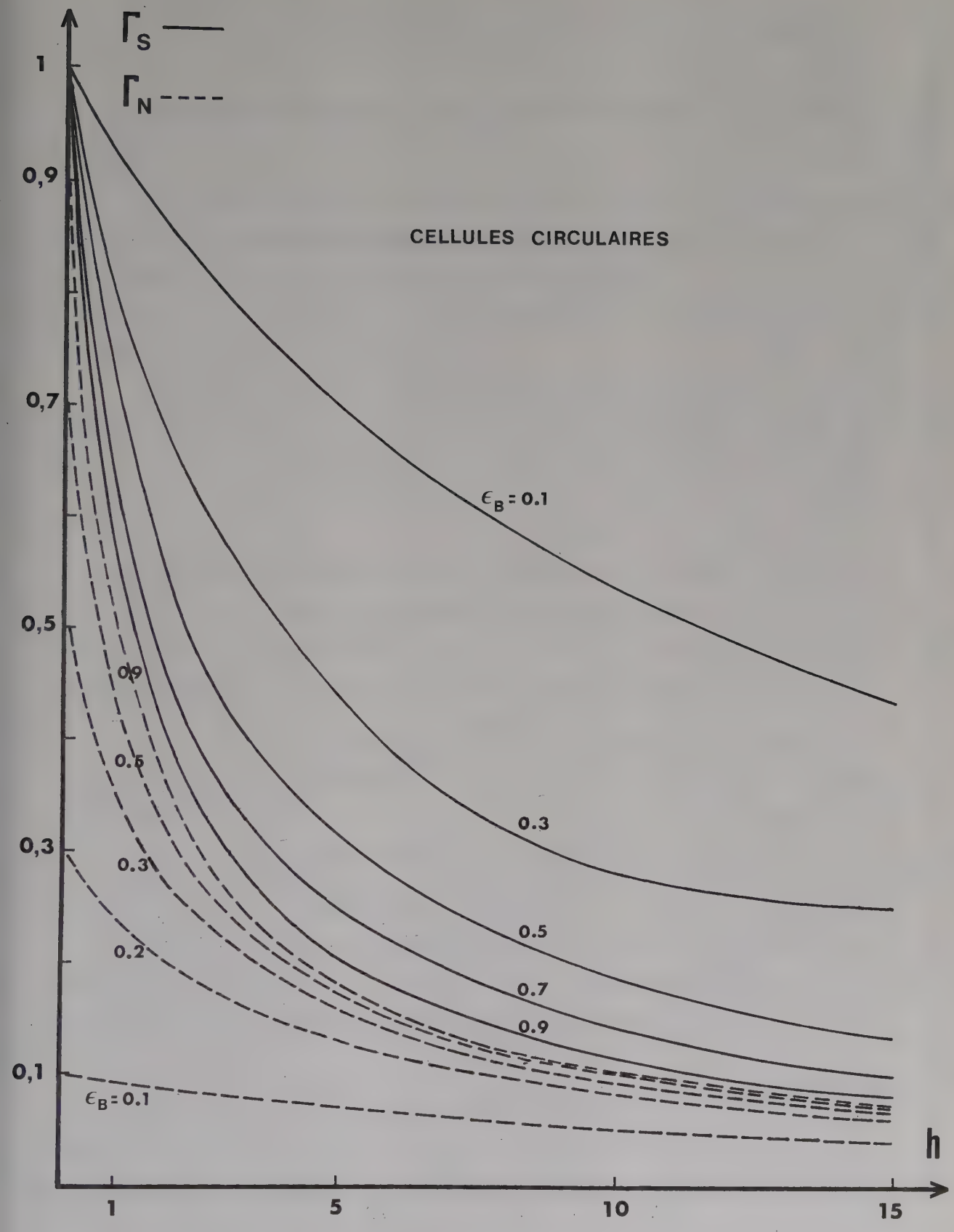

Γ_S
Γ_N
1
0,9
0,7
0,5
0,3
0,1
CELLULES CIRCULAIRES
$\epsilon_B = 0.1$
0.9
0.5
0.3
0.2
0.3
0.5
0.7
0.9
$\epsilon_B = 0.1$
h
1
5
10
15

Fig. III - 13

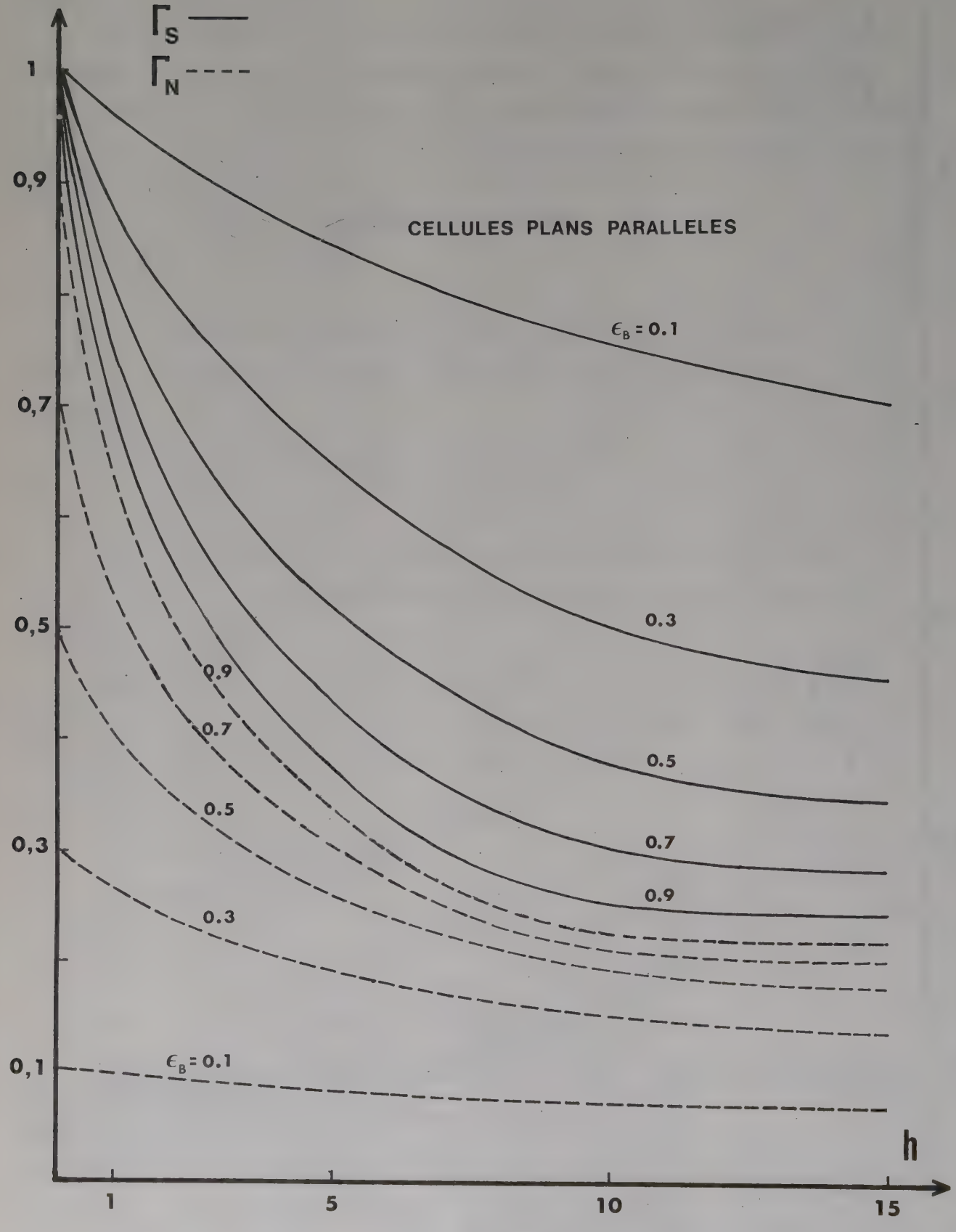

Γ_S
Γ_N
1
0,9
0,7
0,5
0,3
0,1
CELLULES PLANS PARALLELES
$\epsilon_B = 0.1$
0.3
0.5
0.7
0.9
0.9
0.7
0.5
0.3
$\epsilon_B = 0.1$
h
1
5
10
15

Fig. III - 14

Pour ces deux types de structure, nous pouvons faire les deux remarques suivantes :

Remarque 1 :

La variation du facteur de réduction Γ_S en fonction de h montre que *la diminution des pertes d'une surface sélective varie rapidement avec la hauteur des cellules, lorsque celle-ci croît de 0 à 3 environ* , les pentes des courbes représentatives ayant alors des valeurs importantes. Lorsque h croît au delà de ces valeurs, les pentes des courbes diminuent et la variation des modifications est alors moins importante.

On remarque aussi que la modification du bilan thermique de la base sélective, dûe aux structures cellulaires, est moins importante lorsque le facteur d'émission ϵ_B prend des valeurs plus faibles.

Remarque 2 :

Les courbes représentant la variation du facteur de réduction Γ_N en fonction de h montre que *les pertes observées lors de l'association base sélective-structure cellulaire sont notablement inférieures aux pertes que présente une base noire recouverte d'une telle structure. Ces courbes mettent en évidence l'intérêt que présente l'utilisation d'une base sélective.*

Il faut cependant remarquer que lorsque le facteur d'émission est très faible , (0,1 par exemple), le facteur de réduction Γ_N (donc les pertes) diminue peu lorsque la hauteur relative des cellules augmente.

On peut donc affirmer que la présence de structure devant une surface sélective offre plus d'intérêt lorsque le facteur d'émission est relativement grand (supérieur à 0,4 par exemple).

Compte tenu des possibilités technologiques d'obtention des surfaces sélectives, les réseaux de courbes (III-13) et (III-14) permettent de déterminer le type et la hauteur relative des cellules que l'on doit utiliser pour répondre à un problème de pertes donné.

5 - COMPARAISON ENTRE LA VARIATION DE L'EMITTANCE EN FONCTION DE LA COTE OBTENUE PAR L'EMPLOI DES FACTEURS D'ANGLES GENERALISES ET CELLE OBTENUE A L'AIDE DES FACTEURS DE TRANSFERT :

Nous avons traité l'étude des structures cellulaires antirayonnantes associées à une surface de base sélective. Au cours de cette étude, nous avons utilisé la notion de facteur d'angle généralisé.

Cette notion nous permettait d'arriver, de façon relativement simple, à une formulation des résultats concernant ces structures : discontinuités - température limite de la base - facteur de réduction.

Mais l'utilisation des facteurs d'angle généralisés pouvait paraître arbitraire, car nous ne nous trouvons pas dans les conditions d'emploi de ces facteurs décrites au chapitre I.

Nous nous proposons maintenant de reprendre l'étude des structures à l'aide des facteurs de transfert et de montrer que les résultats acquis au chapitre III sont valables.

5-1 - Bilan thermique de la surface de base

L'expression du bilan thermique est équivalente à celle que nous avons établie au paragraphe (II-1), les facteurs d'angle géométrique étant remplacés par les facteurs de transfert.

$$\Phi_P = \epsilon_B \cdot M_B - M_B \cdot f_{E,B} - \int_0^h \epsilon_B \cdot M_y \cdot f_{B,dy} \qquad \text{(III-38)}$$

Les facteurs de transfert utilisés sont relatifs aux flux radiatifs issus de la base B , seule surface dont le facteur de réflexion est différent de 0 ; cette surface, d'autre part, est plane ; donc :

$$f_{E,B} = \epsilon_B \cdot f_{B,E} = \epsilon_B \cdot F_{B,E} \quad , \quad f_{B,dy} = F_{B,dy}$$

Le bilan thermique (III-38) a donc une expression identique à celle obtenue dans l'hypothèse des facteurs d'angle généralisés. Il faut remarquer cependant que, dans ce cas, la variation de M_y est différente. En effet, comme nous allons le voir, les facteurs de transfert utilisés dans la détermination de M_y sont différents des facteurs d'angle généralisés qui leurs correspondent.

5-2 - Variation de l'émittance le long des parois d'une cellule

Dans ce cas encore, on peut utiliser l'équation réduite (II-4) en ayant soin de remplacer les facteurs d'angle généralisés par les facteurs de transfert :

$$\Psi_y = f_{dy,B} + \int_0^h \Psi_x \cdot f_{dy,dx} \qquad \text{(III-39)}$$

Lorsqu'on remplace les facteurs de transfert par leur expression en fonction des facteurs d'angle géométriques et des facteurs d'émission de la base ϵ_B, il vient :

$$\Psi_y = \epsilon_B \cdot F_{dy,B} + \rho_B \cdot \int_B F_{dy,dB} \cdot F_{dB,B} + \int_0^h \Psi_x \cdot \left[F_{dy,dx} + \rho_B \cdot \int_B F_{dy,dB} \cdot F_{dB,dx} \right] \quad \text{(III-40)}$$

$F_{dy,dB}$ étant le facteur d'angle géométrique entre la surface élémentaire annulaire pdy et une surface élémentaire dB découpée sur B.

La surface B étant plane, $F_{dB,B} = 0$, et l'équation (III-40) devient :

$$\Psi_y = F_{dy,B} + \int_0^h \Psi_x \cdot \left[F_{dy,dx} + \rho_B \cdot \int_L F_{dy,dB} \cdot F_{dB,dx} \right] . \quad \text{(III-41)}$$

Nous avons déterminé, à l'aide d'un ordinateur, la variation de Ψ_x. Pour cela, nous avons procédé au même découpage de la paroi que précédemment, la base étant elle aussi divisée en petites surfaces ΔB.

Le bilan thermique d'une bande i devient :

$$\Psi_i = \epsilon_B \cdot F_{i,B} + \sum_{j=1}^{N} \Psi_j \left[F_{i,j} + \rho_B \sum_B F_{i,\Delta B} \cdot F_{\Delta B,j} \right] , \quad \text{(III-42)}$$

ce qui correspond à un système de n équations à n inconnues qui peut se mettre sous forme matricielle :

$$A_2 (i,j) \cdot B(i) = \epsilon_B \cdot F(i) , \quad \text{(III-43)}$$

B (i) et F (i) ayant été définis au paragraphe (II-2).

A_2 (i,j) étant la somme des deux matrices A (i,j) déjà calculée (II-2) et G (i,j) :

$$A_2 (i,j) = A (i,j) + G (i,j) \quad \text{(III-44)}$$

G (i,j) étant égale à :

$$G(i,j) \left| \begin{array}{l} F_{1,\Delta B_1} \cdot F_{\Delta B_1,1} + F_{1,\Delta B_2} \cdot F_{\Delta B_2,1} \cdots F_{1,\Delta B_1} \cdot F_{\Delta B_1,2} + F_{1,\Delta B_2} \cdot F_{\Delta B_2,2} \\ F_{2,\Delta B_1} \cdot F_{\Delta B_1,1} + F_{2,\Delta B_2} \cdot F_{\Delta B_2,1} \cdots F_{2,\Delta B_1} \cdot F_{\Delta B_1,2} + F_{2,\Delta B_2} \cdot F_{\Delta B_2,2} \\ \hline F_{n,\Delta B_1} \cdot F_{\Delta B_1,1} + F_{n,\Delta B_2} \cdot F_{\Delta B_2,1} \cdots F_{n,\Delta B_1} \cdot F_{\Delta B_1,2} + F_{n,\Delta B_2} \cdot F_{\Delta B_2,2} \end{array} \right| \quad \text{(III-45)}$$

$\Delta B_1 \ldots \Delta B_n \ldots$ étant les éléments de surface composant la surface de base.

Cas particuliers étudiés :

a) Cellules plans parallèles : (figure III-13)

Compte tenu de la géométrie de la cellule, la surface de base est divisée en éléments rectangulaires parallèles à sa plus grande dimension. Soit Δa la largeur de chacun de ces éléments.

Le facteur d'angle entre un élément de paroi I et un élément ΔB_n de la base a pour expression , L étant l'abscisse du milieu de ΔB_n :

$$F_{I,\Delta B_n} = \frac{1}{2\Delta h}\left[\sqrt{(1 - L \cdot \Delta a)^2 + (I \cdot \Delta h)^2} + \sqrt{(1 - (L-1) \cdot \Delta a)^2 + ((I-1) \cdot \Delta h)^2}\right.$$
$$- \sqrt{(1 - (L-1) \cdot \Delta a)^2 + (I \cdot \Delta h)^2}$$
$$\left. - \sqrt{(1 - L \cdot \Delta a)^2 + ((I-1) \cdot \Delta h)^2}\right]$$

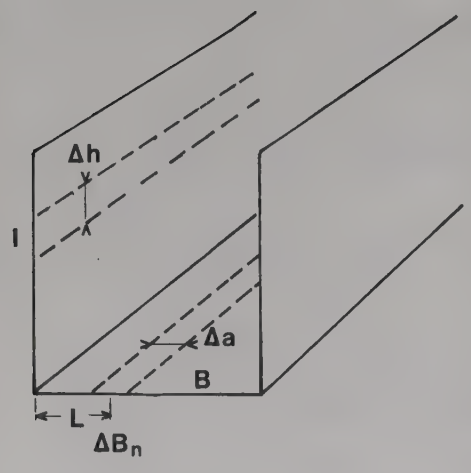


Fig. III - 13

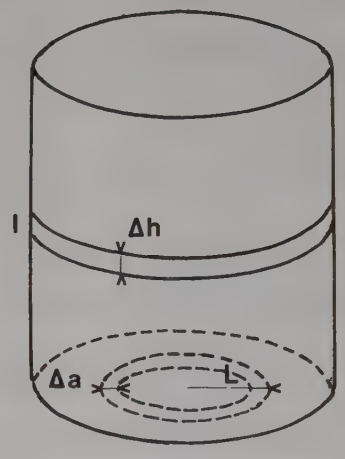


Fig. III - 14

On obtient immédiatement $F_{\Delta B_n, I}$ à l'aide des relations de réciprocité.

b) Cellules circulaires : (figure III-14)

Dans ce cas, compte tenu de la symétrie de révolution de la cellule, la surface de base sera divisée en éléments concentriques, de largeur Δa.

Le facteur d'angle entre la couronne de paroi I de hauteur Δh et la surface de base ΔB_n comprise entre deux cercles derayon L - 1 et L a pour expression .

$$F_{I,\Delta B_n} \simeq \frac{1}{2\Delta h}\left\{\sqrt{\left[(\Delta h.I)^2 + (L.\Delta a)^2 + 0{,}25\right]^2 - (L.\Delta a)^2}\right.$$

$$+\sqrt{\left[\left((I-1).\Delta h\right)^2 + (L-1).\Delta a^{\,2} + 0{,}25\right]^2 - \left[(L-1).\Delta a\right]^2}$$

$$-\sqrt{\left[\left((I-1).\Delta h\right)^2 + (L.\Delta a)^2 + 0{,}25\right]^2 - (L.\Delta a)^2}$$

$$\left.-\sqrt{\left[(I.\Delta h)^2 + \left((L-1).\Delta a\right)\right]^2 + 0{,}25^{\,2} - \left((L-1).\Delta a\right)^2}\right\} \qquad \text{(III-47)}$$

On calcule facilement $F_{\Delta B_n,I}$ à l'aide des relations de réciprocité.

Résultats obtenus :

Les courbes des figures (III-15.....22), montrent les variations de Ψ_y obtenues pour nos deux types de structures et pour des hauteurs relatives de 0,5 - 1 - 2 - 10.

Nous avons aussi représenté sur ces figures les variations de Ψ_y obtenues à l'aide des facteurs d'angle généralisés.

Pour les cellules de faible hauteur relative (0,5 - 1), les deux systèmes de courbes sont nettement séparés. Cette séparation parait plus nette pour les cellules plans parallèles.

Lorsque la hauteur relative augmente, les courbes représentatives de la fonction Ψ_y, obtenues par les deux moyens de calcul, sont pratiquement confondues dans tout le domaine de variation de y. Pour h = 10 et pour les deux types de structures, les courbes de variation de Ψ_y coïncident exactement.

On peut donc conclure que l'emploi des facteurs d'angle généralisés est valable. L'approximation correspondant à leur utilisation s'avérant meilleure pour des hauteurs relatives égales ou supérieures à 5. Les cellules de hauteurs relatives 0,5 - 1 .... ne correspondent en fait qu'à des cellules hypothètiques, car, les cellules utilisées en pratique ont une hauteur relative égale ou supérieure à 5.

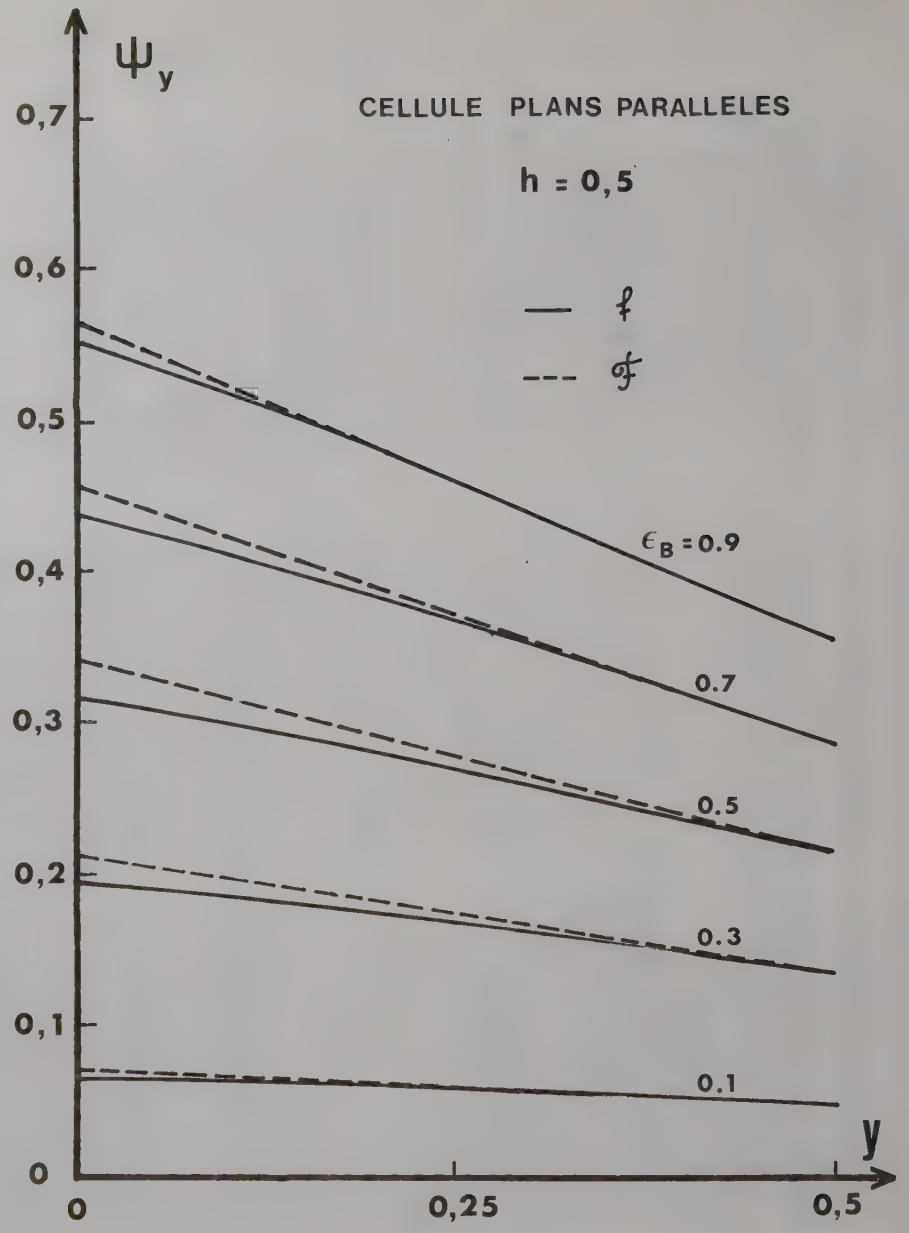


Fig. III - 15

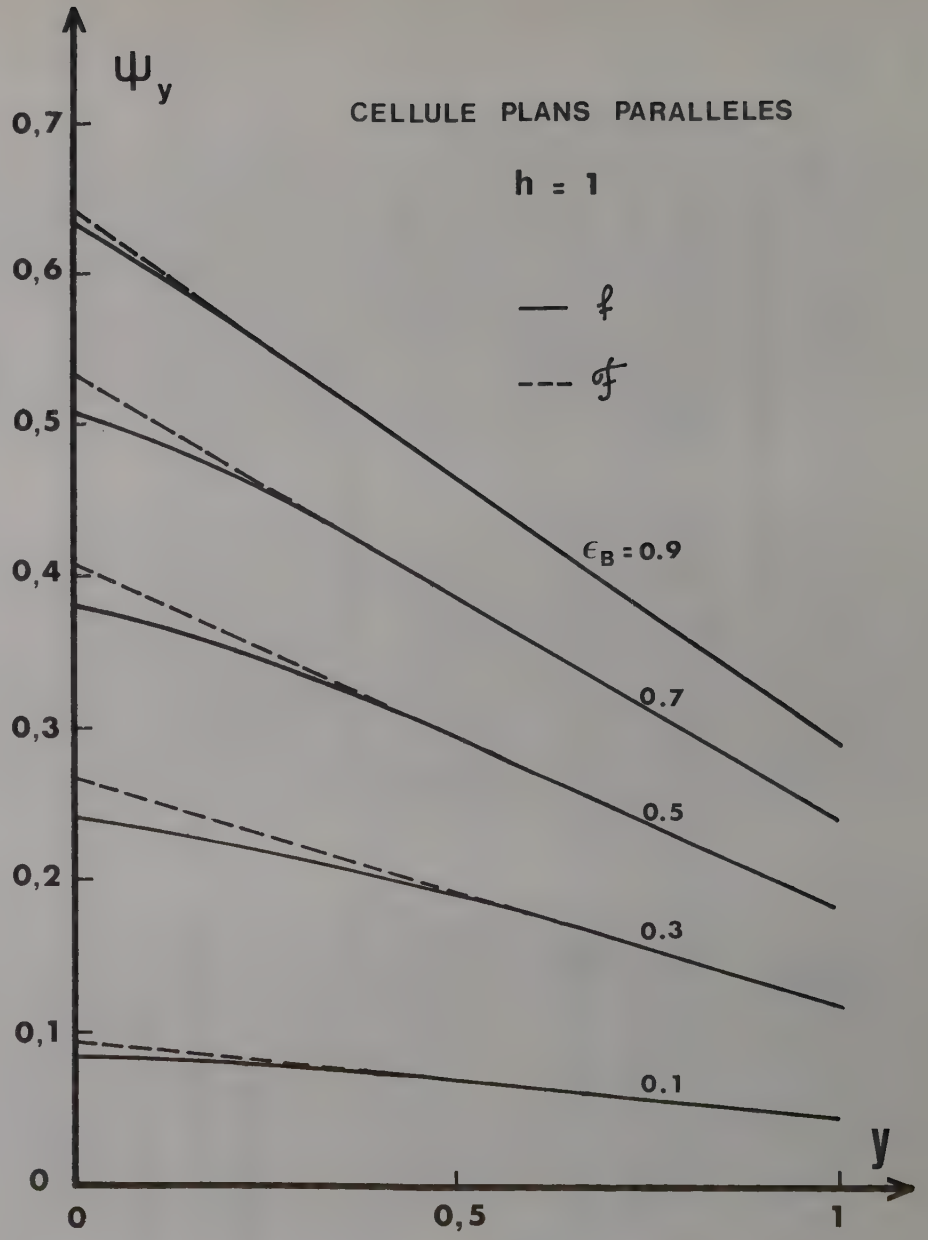


Fig. III - 16

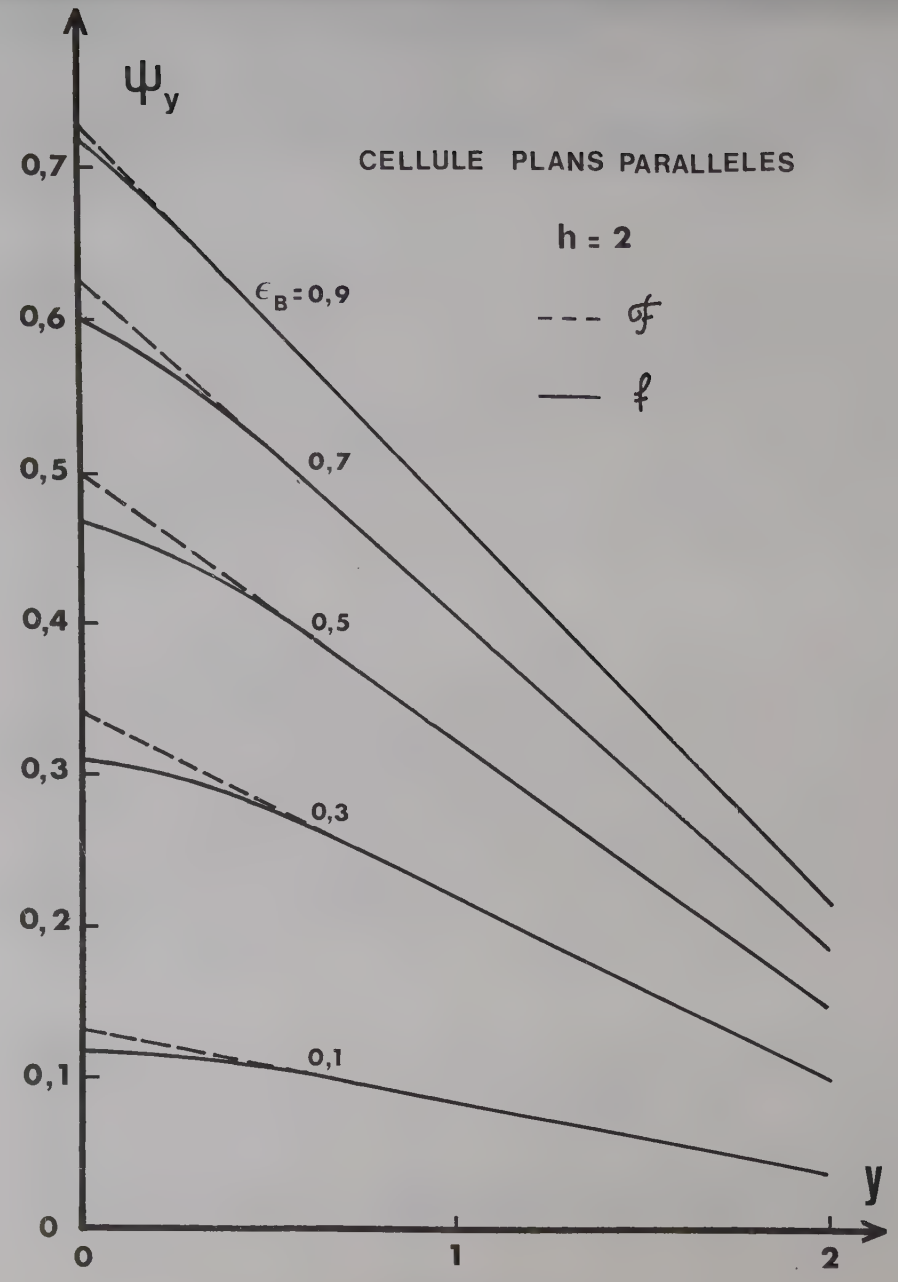


Fig. III - 17

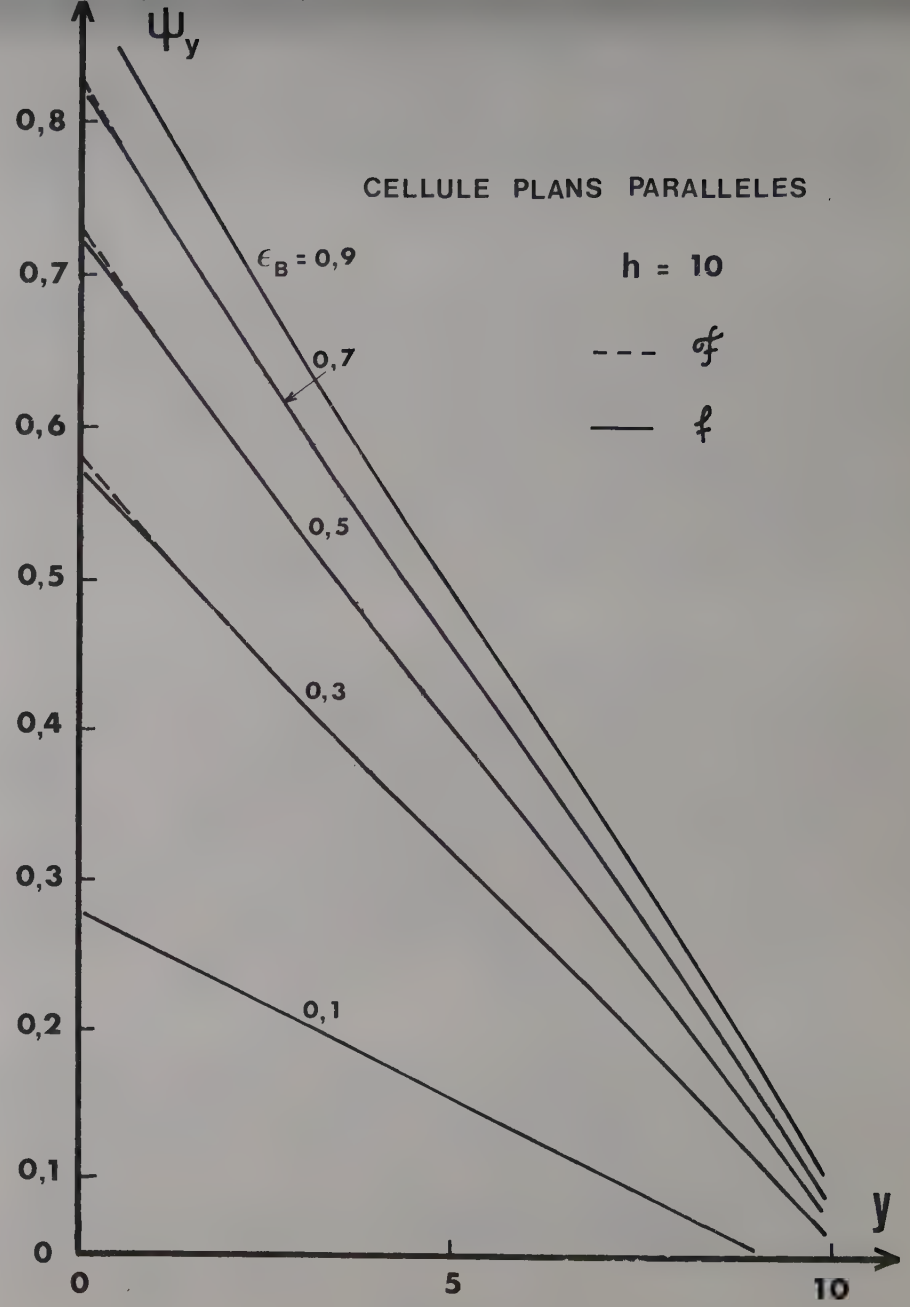


Fig. III - 18

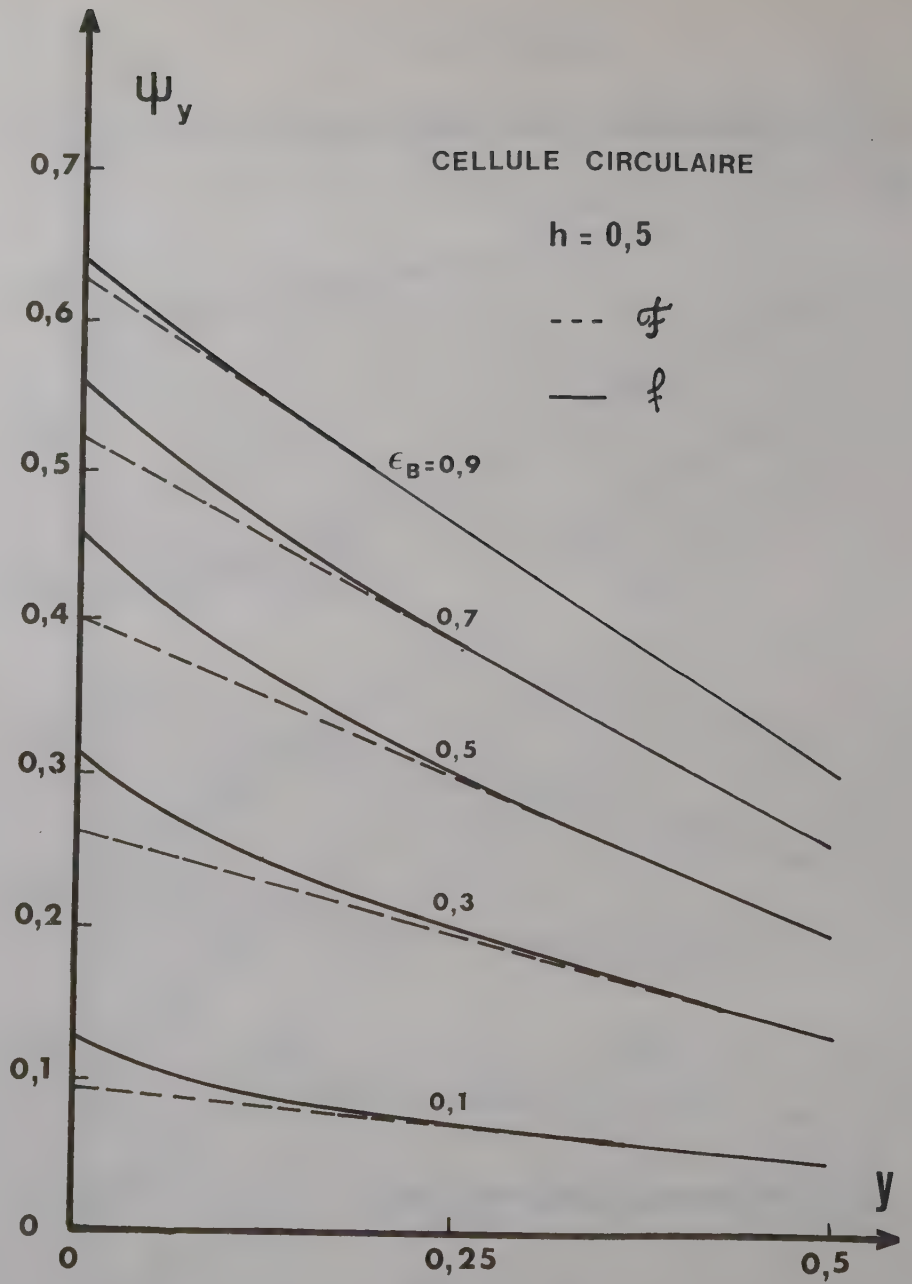


Fig. III - 19

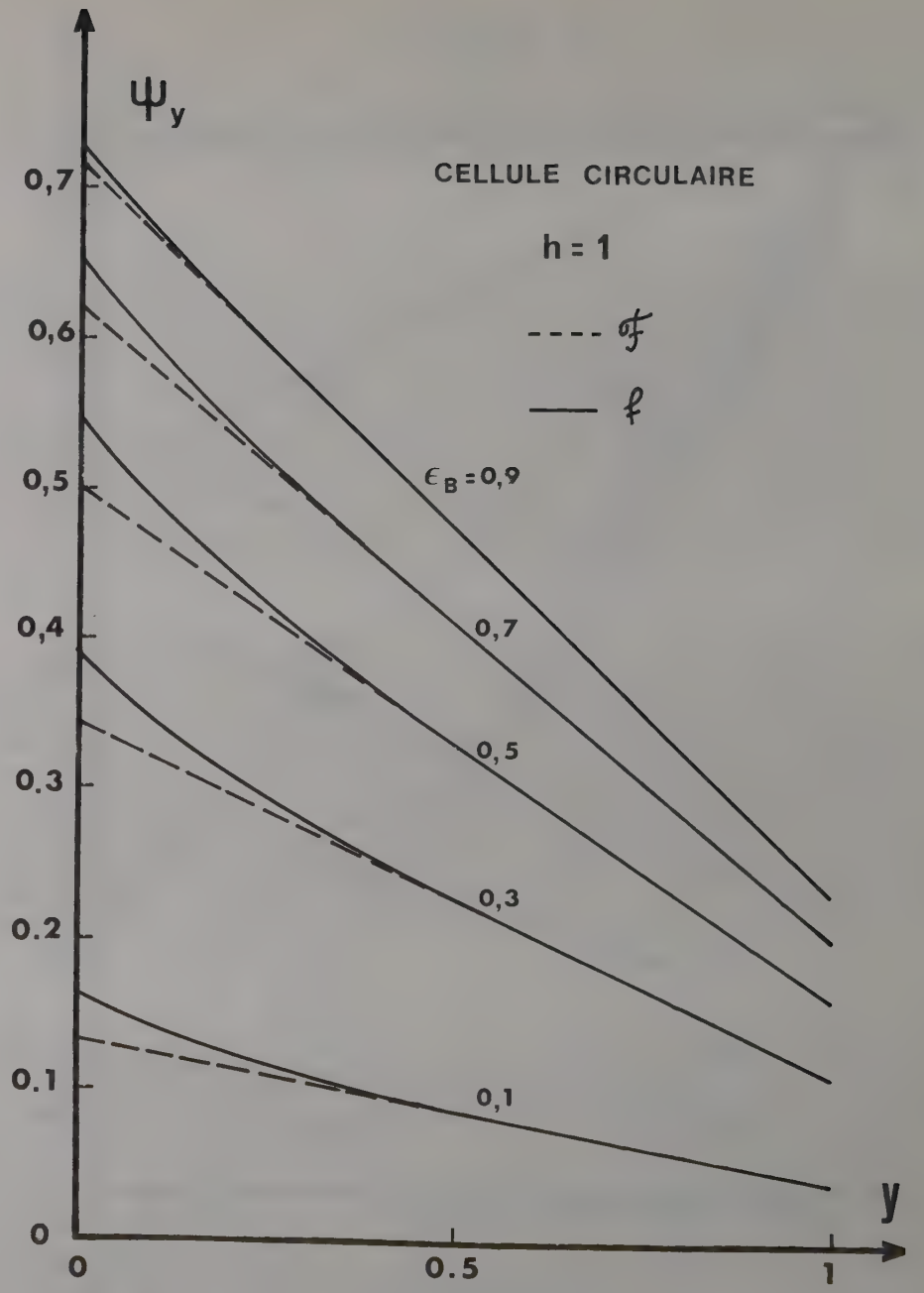


Fig. III - 20

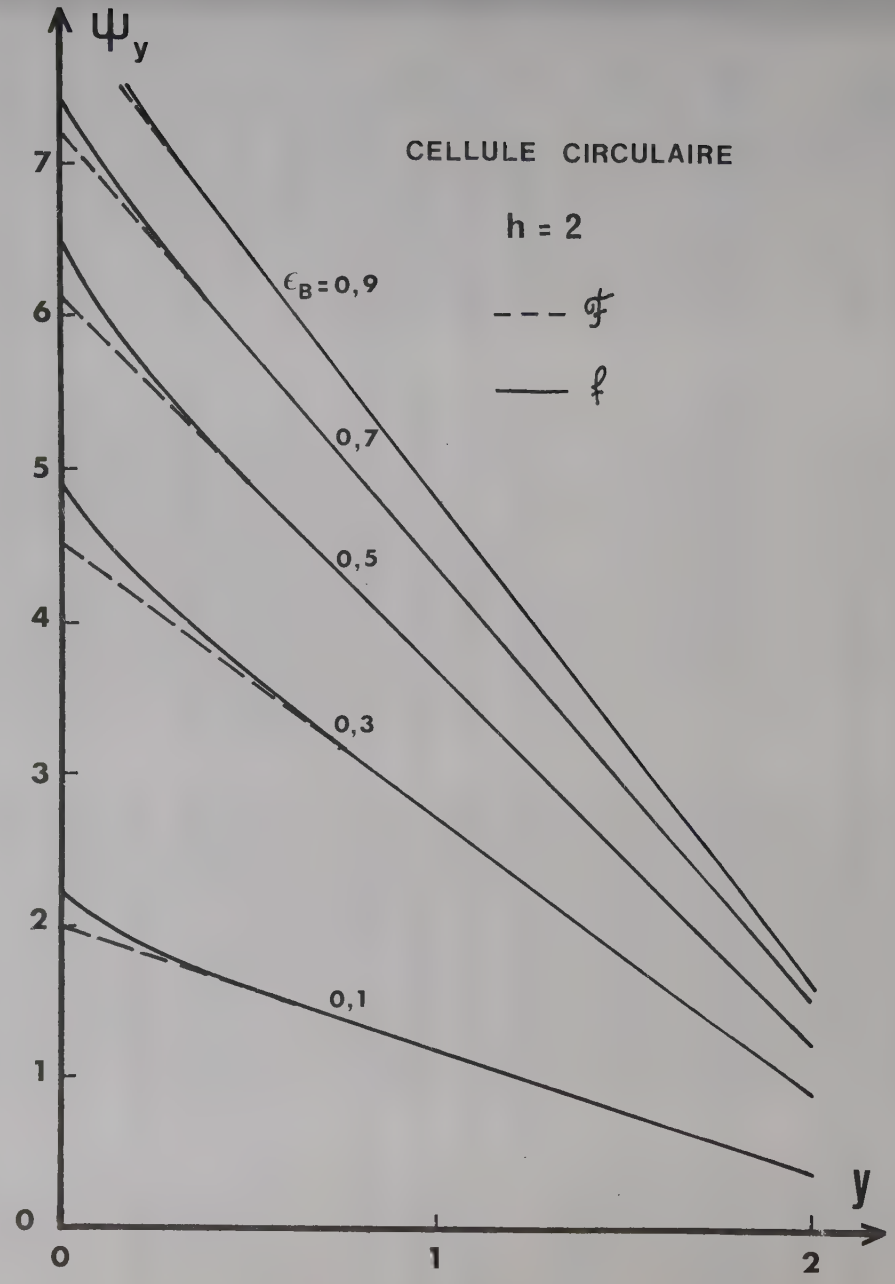


Fig. III - 21

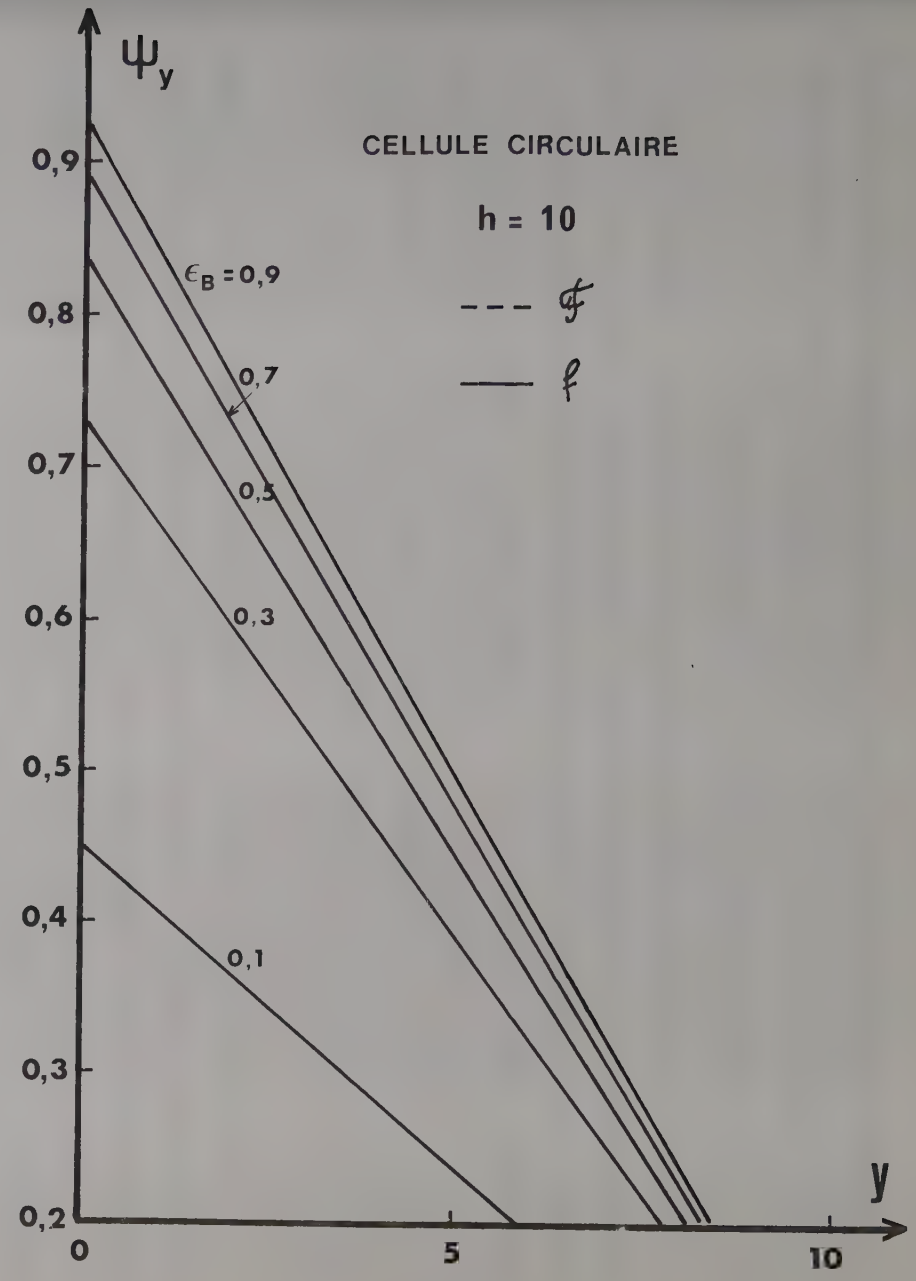


Fig. III - 22

6 - VERIFICATION EXPERIMENTALE DE LA VARIATION DE L'EMITTANCE LE LONG DES PAROIS D'UNE CELLULE ET DISPOSITIF DE MESURE DU FACTEUR DE REDUCTION

6-1 - Variation de l'émittance le long des parois d'une cellule :

Les expériences sont effectuées sur des structures à cellules carrées, réalisées à partir de feuilles de triacétate de cellulose dont l'épaisseur (e) est égale à 250 μm. La détermination du facteur spectral de transmission, au moyen d'un spectrophotomètre infra-rouge, montre que ce facteur est pratiquement nul pour les radiations dont les longueurs d'onde sont comprises dans le domaine spectral correspondant au rayonnement du corps noir pour les températures auxquelles nous travaillons. Outre ses qualités optiques, ce matériau offre la propriété de se décomposer superficiellement en présence d'acétone et de se repolymériser lors de l'évaporation de ce liquide. On peut ainsi facilement procéder à la soudure de deux feuilles de triacétate.

Afin de mesurer les températures on dispose de thermocouples de Chromel-Alumel, entre les parois adjacentes de deux cellules voisines. Les thermocouples utilisés ont un très faible diamètre (0,080 mm) afin de rendre négligeables les pertes par conduction que leur présence entraîne.

Pour annuler les échanges thermiques dûs à la présence de l'air, on place les structures cellulaires dans une enceinte à vide permettant d'atteindre une pression de quelques 10^{-5} torr.

Une plaque en cuivre, munie d'une résistance chauffante et recouverte de peinture noire mate, constitue la base. On peut en faire varier la température au moyen d'une source de tension réglable.

Les résultats que nous avons obtenus avec ce montage, sont résumés dans les figures III-23, 24 et 25. Les courbes de la figure III-23, représentent la variation de l'émittance pour une structure composée d'un assemblage de cellules carrées dont la hauteur est égale aux côtés (d) d'une section droite.

La hauteur relative de ce type de cellule est 1. Dans ce cas, le rapport e/d est égal à $8{,}33.10^{-3}$. Trois séries d'expériences ont été réalisées pour trois températures différentes de la base. Dans chaque cas, on remarque la quasi-linéarité de la variation de l'émittance en fonction de la cote y ; les discontinuités observées sont du même ordre de grandeur que celles prévues théoriquement.

Par contre, les variations de l'émittance représentées sur la figure III-24, présentent un écart à la linéarité non négligeable. Le type de cellule étudié dans ce cas a pour hauteur relative 5. Le rapport e/d étant égal à $12{,}5.10^{-3}$, on en conclut que les échanges thermiques par conduction sont plus importants que précédemment.

Ceci peut expliquer l'allure arrondie de la courbe représentative de la fonction $M_y = f(y)$ ainsi que la variation des valeurs des discontinuités d'émittance aux niveaux de la base et de l'ouverture qui augmentent et diminuent respectivement.

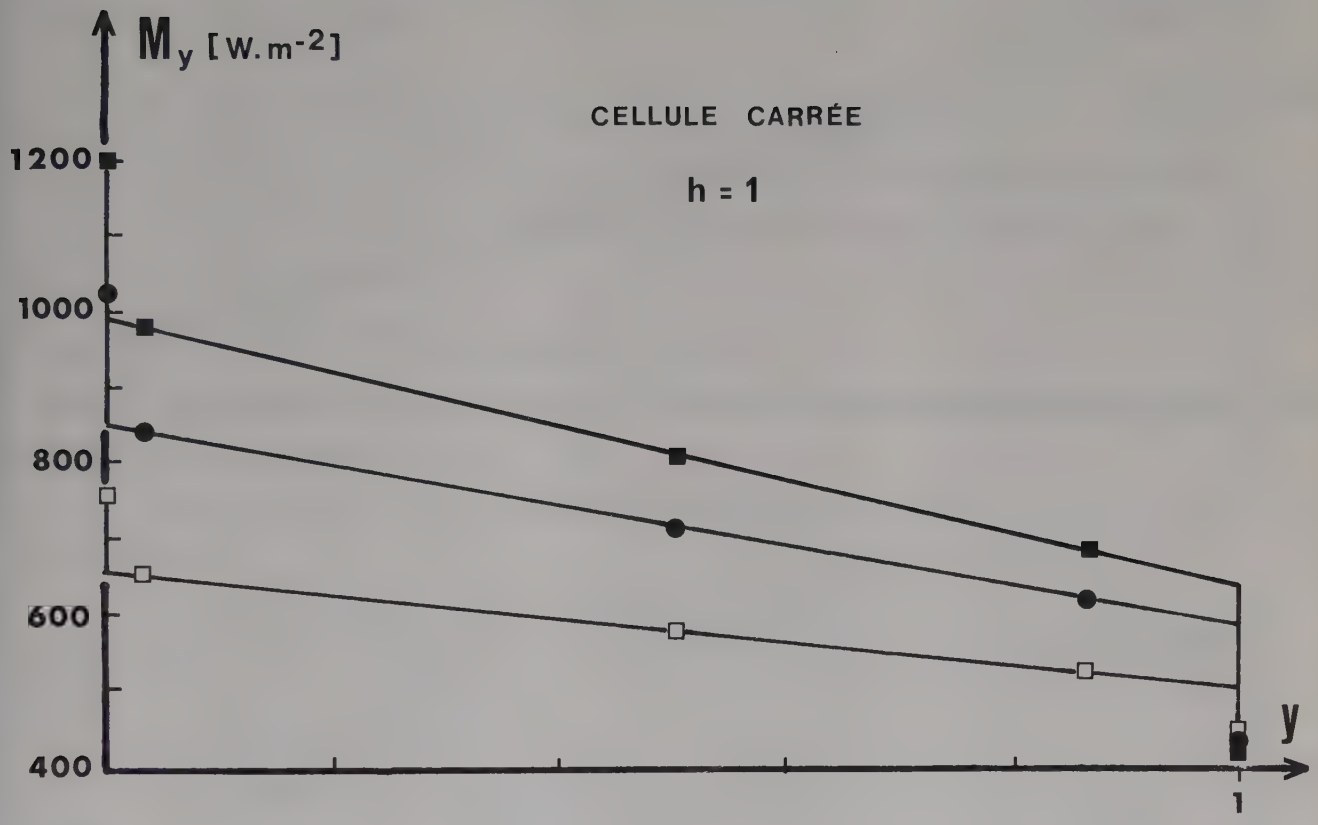


Fig. III - 23

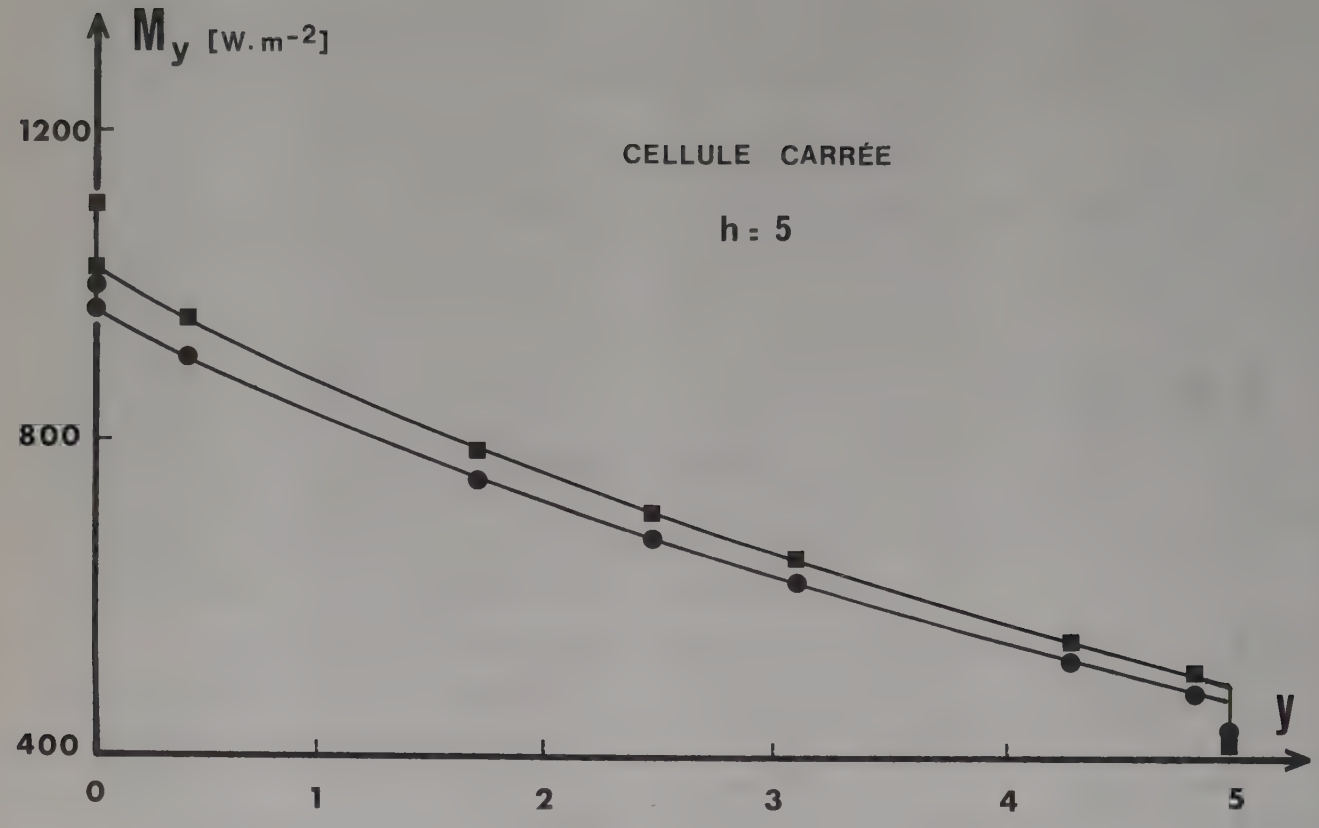


Fig. III - 24

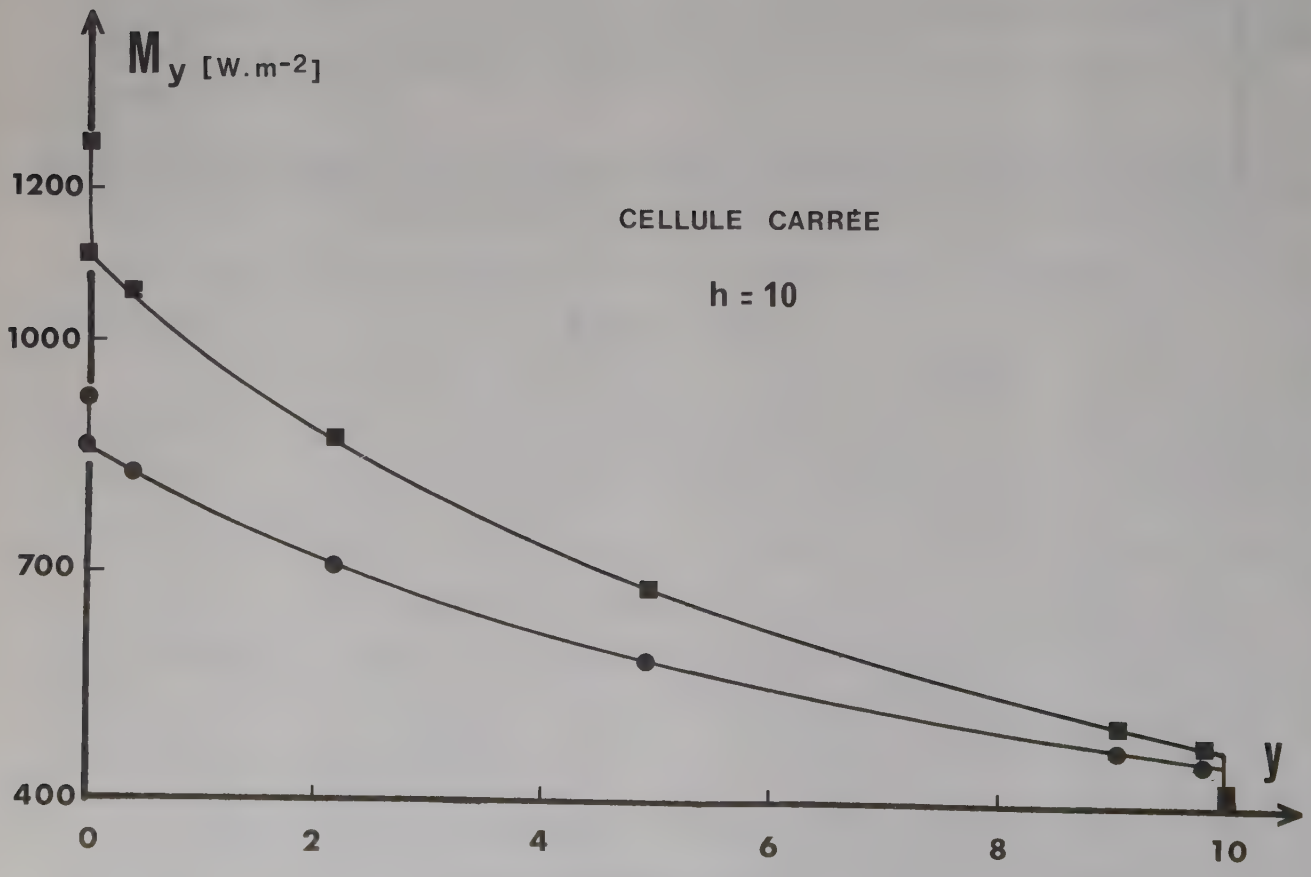


Fig. III - 25

Si le rapport e/d croît, l'écart à la linéarité est encore plus accentué ainsi que les variations des discontinuités. Il en est ainsi avec les courbes de la figure III-25 qui correspondent à des cellules de hauteur relative 10 et de rapport e/d égal à 25.10^{-3}.

En conclusion, l'allure générale des courbes montre que les hypothèses quel'on avait faites, concernant l'uniformité et la monotonie de la variation de l'émittance le long des parois, sont vérifiées. Ces courbes mettent aussi en évidence l'existence des discontinuités d'émittance qui avaient été prévues lors de l'étude théorique.

6-2 - Mesure du facteur de réduction

La mesure de ce facteur peut être réalisée au moyen de méthodes faisant intervenir les bilans thermiques, méthodes qui sont utilisées par ailleurs pour déterminer le facteur d'émission de matériaux tels que les métaux.

6-2-1 - Méthode dynamique - /2/ , /36/

Cette méthode utilise la mesure de la vitesse de refroidissement d'une plaque constituant la base de la structure à étudier.

Pour éviter les échanges thermiques dûs à la convection, on utilise une enceinte à vide (EV) (figure III-26).

Une plaque de cuivre noircie, carrée, de 0,098 mm d'épaisseur, de 5 cm de côté, forme la base (B) de la structure. Un anneau de garde (AG) réalisé avec ce même matériau permet d'obtenir une température uniforme de la base.

L'ensemble base-structure est fixé dans l'enceinte à vide au moyen d'un support isolant (SA). La plaque et son anneau de garde sont chauffés par le rayonnement issu d'une lampe à filament de tungstène de 500 watts. La structure (S) est placée sur la face de la plaque ne recevant pas le rayonnement. Ce dernier atteint la partie supérieure de la plaque à travers le hublot (HF) et après réflexion sur un miroir plan (MP) situé au dessus de l'enceinte. La température de la plaque est mesurée au moyen d'un thermocouple identique à ceux utilisés précédemment.

On retrouve, sur la photographie de la figure (III-27), les éléments du montage que nous venons de décrire.

Si la température décroît de dT pendant le temps dt, et si m , c , e désignent respectivement la masse spécifique, la chaleur spécifique et l'épaisseur de la plaque, la relation différentielle qui lie ces grandeurs à la différence entre les émittances de la plaque et de l'environnement s'écrit :

$$S.\epsilon \,.\, \Gamma_N \,(M_B - M_E) \,.\, dt + S \,.\epsilon \,.\, (M_B - M_E) \,.\, dt = S \,.\, m \,.\, c \,.\, e \,.\, d\,T \qquad \text{(III-48)}$$

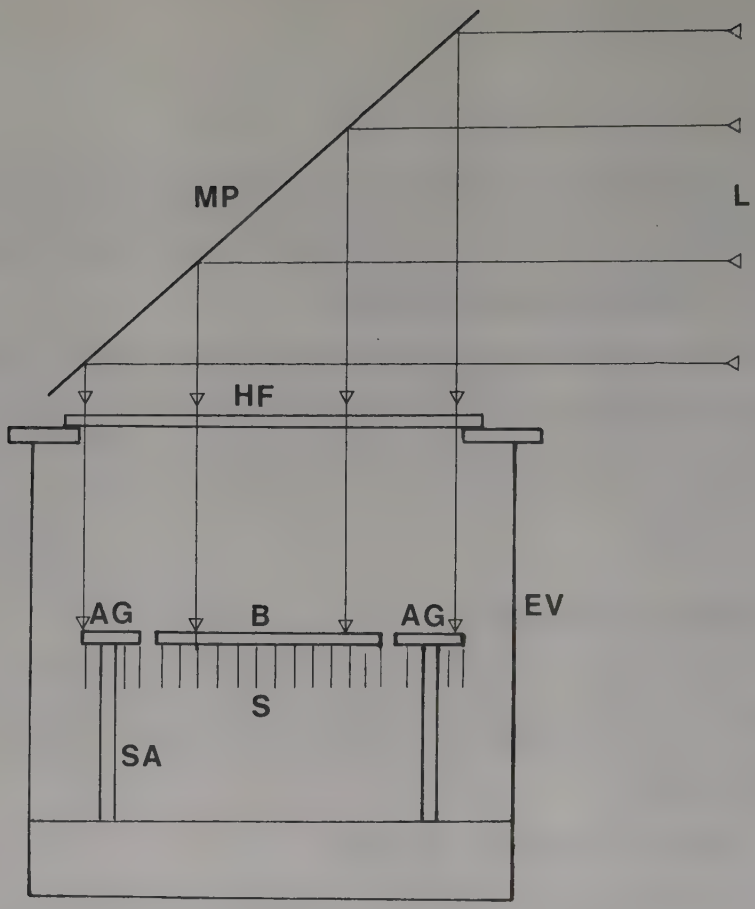


Fig. III - 26

Fig. III - 27

Les deux termes du premier membre sont respectivement relatifs à la face recouverte de cellules et à la face nue.

A l'instant (t=0) où l'ensemble formé par la plaque et la structure étant en équilibre thermique avec la source énergétique, on rompt cet équilibre en supprimant le flux énergétique incident, on peut écrire cette équation sous la forme :

$$\epsilon_B \cdot (\Gamma_N + 1) \cdot \left|(M_B - M_E)\right|_{t=0} \, dt = m \,.\, c \,.\, e \,.\, dT \qquad \text{(III-49)}$$

On peut, par suite, prendre pour pente p (0) à l'origine de la courbe de refroidissement l'expression :

$$p(0) = \frac{\epsilon_B \cdot (\Gamma_N + 1) \cdot \left|(M_B - M_E)\right|_{t=0}}{m \,.\, c \,.\, e} \qquad \text{(III-50)}$$

Il est donc possible de déterminer Γ_N en évaluant p (0) , la température d'équilibre de la plaque et celle de l'environnement.

Il suffit donc de tracer la courbe de refroidissement de la plaque en fonction du temps et d'en calculer la pente à l'origine.

On a mesuré, à titre d'exemple, par cette méthode, le facteur de réduction de structures hexagonales réalisées en polytérephtalate d'éthylène.

Les facteurs de réduction, obtenus pour des hauteurs réduites de 10 et de 5, ont respectivement pour valeurs : 0,20 et 0,39.

6-2-2 - Méthode statique /36/, figures (III-28) et (III-29)

Contrairement à celle que nous venons de décrire, cette méthode s'applique à *un système en équilibre thermique*. Elle est basée sur la détermination du bilan radiatif et nécessite donc aussi l'utilisation d'une enceinte à vide.

Une plaque, chauffée, entourée d'un anneau de garde, constitue la base des structures que l'on désire étudier. L'alimentation électrique du chauffage se fait par l'intermédiaire d'auto-transformateurs variables. Soit T_A et T_B les températures des deux faces A et B de la plaque. De chaque côté de cet ensemble est disposé un disque de verre entouré d'un anneau de garde de même matière. Soit T_a et T_b les températures des faces (a) et (b) situées en regard des surfaces A et B. Le verre a été choisi compte tenu de ses propriétés d'émission dans le spectre infra-rouge.

La connaissance des températures T_A , T_B , T_a et T_b et du flux incident par unité de surface permet de déduire le bilan thermique de l'ensemble chauffant que nous venons de décrire. Deux cas se présentent suivant que les deux faces A et B de la plaque sont nues ou lorsque la face A seule est nue, l'autre étant recouverte de la structure à étudier.

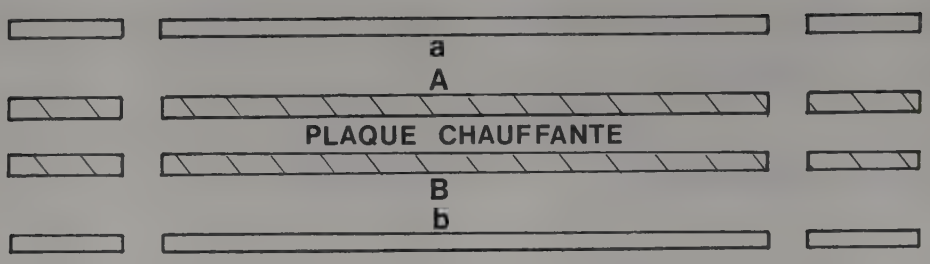


Fig. III - 28

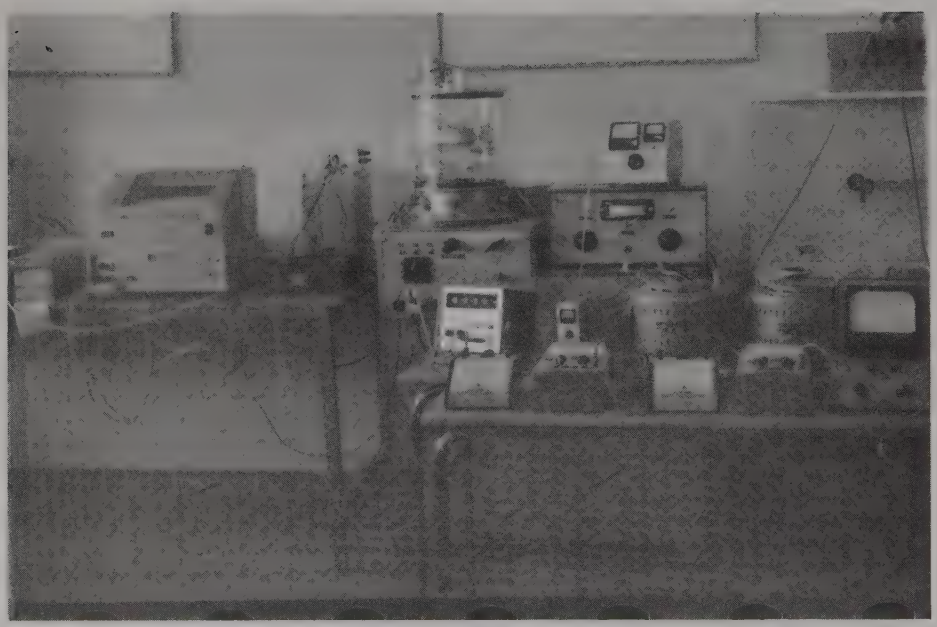


Fig. III - 29

1er Cas : Les deux faces A et B sont nues :

On suppose que ces deux faces ont le même facteur d'émission ϵ_B, les émittances respectives des différentes surfaces que nous venons de décrire étant $\epsilon_B M_A$, $\epsilon_B M_B$, M_a, M_b. $F_{b,B}$ et $F_{a,A}$ sont les facteurs d'angle respectifs entre b et B, a et A. Le bilan radiatif qui exprime l'égalité des flux reçus et perdus par unité de surface, à l'équilibre thermique, s'écrit :

$$\Phi_i = \epsilon_B \cdot \left[M_B + M_A - M_b \cdot F_{b,B} - M_a \cdot F_{a,A} \right] \cdot \qquad \text{(III-51)}$$

La distance séparant les disques de verre de l'ensemble chauffant étant relativement faible, les facteurs d'angle correspondants sont pratiquement égaux à l'unité et la formule (III-51) devient :

$$\Phi_i = \epsilon_B \cdot (M_B - M_b) + \epsilon_B (M_A - M_a) \quad . \qquad \text{(III-52)}$$

On peut donc en déduire l'expression qui permet de déterminer ϵ_B :

$$\epsilon_B = \frac{\Phi_i}{(M_B - M_b) + (M_A - M_a)} \qquad \text{(III-53)}$$

Il suffit donc de mesurer les températures T_A, T_B, T_a et T_b pour évaluer ϵ_B.

2ème Cas : La face B est recouverte de cellules :

Dans ce cas, le bilan thermique de l'ensemble a pour expression :

$$\Phi_i = \epsilon_B \cdot \left[\Gamma_N (M_B - M_b) + (M_A - M_a) \right] \quad , \qquad \text{(III-54)}$$

et le facteur de réduction Γ_N est donné par :

$$\Gamma_N = \frac{\Phi_i - \epsilon_B \cdot (M_A - M_a)}{\epsilon_B \cdot (M_B - M_b)} \qquad \text{(III-55)}$$

Les valeurs des facteurs de réduction que nous avons mesurés par cette méthode sont pratiquement égales à celles obtenues par la méthode dynamique.

CHAPITRE IV

FACTEUR D'EMISSION APPARENTE DE L'OUVERTURE D'UNE CELLULE ANTIRAYONNANTE

Au cours des chapitres précédents, nous avons étudié les propriétés des structures cellulaires antirayonnantes, dispositifs qui permettent de réduire les pertes par rayonnement de la surface qu'ils recouvrent.

L'interposition de cellules entre la surface de base et le milieu extérieur modifie le processus des échanges radiatifs entre cette surface et les corps qui l'environnent. En effet, la surface qui participe aux échanges n'est plus uniquement celle du corps qu'on cherche à protéger, mais aussi celle des parois des cellules. Il se présente donc quelques difficultés dans l'évaluation du flux issu de l'ensemble formé par la surface de base et la structure. On peut simplifier ceci en considérant comme surface émissive, l'ouverture des cellules. Il faut déterminer alors les propriétés radiatives de cette surface et, en particulier, son émission directionnelle afin de pouvoir évaluer le flux émis dans une direction déterminée. L'ouverture, n'étant pas une surface matérielle, ne posséde pas de facteur d'émission qui lui soit propre ; on définit donc, dans ce chapitre, un facteur d'émission apparente directionnel de cette surface.

Une étude théorique de ce facteur est d'abord réalisée lorsque la surface de base est noire, puis, lorsqu'elle est sélective. On vérifie ensuite expérimentalement pour un type de cellule donné et pour des bases dont les facteurs d'émission sont différents, les résultats théoriques.

1 - DETERMINATION THEORIQUE

1-1 - Structure cellulaire antirayonnante associée à une surface de base noire

1-1-1 - Mise en évidence du facteur directionnel d'émission apparente

Puisque tous les rayons énergétiques issus de l'intérieur d'une cellule passent par sa surface d'ouverture E, on peut considérer cette dernière comme une surface émissive fictive.

A un élément dS de l'ouverture correspond, pour une direction donnée, un flux radiatif qui peut être considéré comme l'émission apparente de cet élément.

Soit $d^2\Phi_\alpha$ ce flux pour une direction faisant un angle α avec la normale à dS et dans un angle solide élémentaire $d\Omega$ autour de cette direction (figure IV-1).

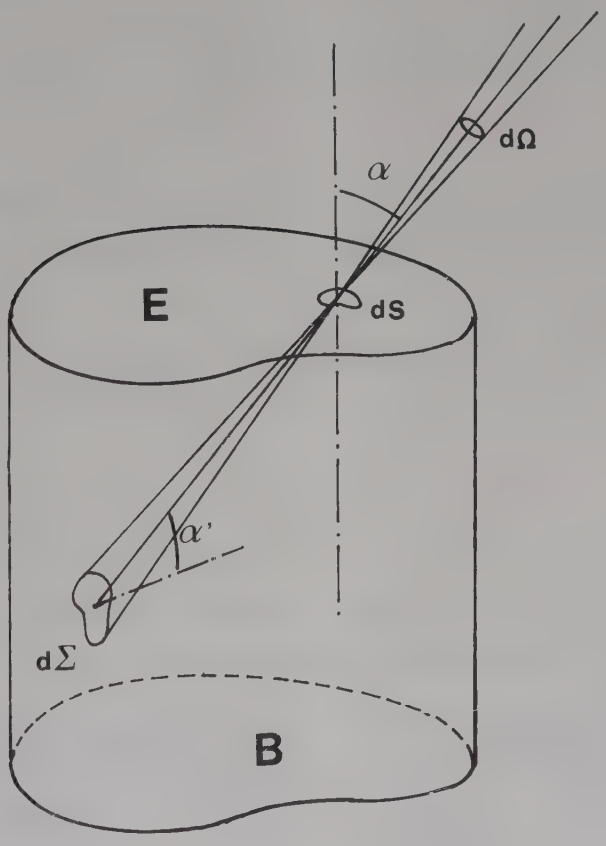


Fig. IV - 1

Si on appelle L_α la luminance apparente de dS dans la direction α, le flux $d^2\Phi_\alpha$ a pour expression :

$$d^2\Phi_\alpha = dS \cdot L_\alpha \cdot \cos\alpha \cdot d\Omega \quad . \qquad \text{(IV-1)}$$

En fait, ce flux radiatif est issu d'une portion elémentaire $d\Sigma$ de la paroi (ou de la base) Cette surface $d\Sigma$ correspond à l'intersection entre l'angle solide $d\Omega$ et la paroi (ou la base).

La surface $d\Sigma$ étant noire, sa luminance L_I est la même dans toutes les directions et on peut écrire que le flux $d^2\Phi_\alpha$ a pour expression :

$$d^2\Phi_\alpha = L_I \cdot \frac{dS \cdot d\Sigma \cdot \cos\alpha \cdot \cos\alpha'}{r^2} \cdot \qquad \text{(IV-2)}$$

où α' est l'angle que fait la normale à $d\Sigma$ avec la direction dans laquelle est émis le flux $d^2\Phi_\alpha$; r est la distance séparant dS de $d\Sigma$.

On a encore :

$$d^2\Phi_\alpha = L_I \cdot d\Omega \cdot dS \cdot \cos\alpha \quad . \qquad \text{(IV-3)}$$

La comparaison entre les formules (IV-1) et (IV-3) montre que :

$$L_{\alpha'} = L_I$$

On peut donc dire que la luminance d'un élément dS de la surface fictive de l'ouverture dans une direction α et dans un angle solide élémentaire $d\Omega$ est égale à la luminance de l'élément de paroi ou de base $d\Sigma$ découpé par $d\Omega$.

En l'absence de structure, le facteur d'émission d'une surface B de température T_B est donné par :

$$\epsilon_B = \frac{L_B}{L_N} \quad ,$$

L_B et L_N étant les luminances de la surface de base et du corps noir porté à la même température. Dans le cas qui nous intéresse, la surface B étant noire, le facteur d'émission ϵ_B est égal à l'unité.

Lorsqu'on dispose la structure sur la base, nous avons vu que tout se passe comme si on remplaçait l'émission de B par celle d'une surface émissive fictive .

Le facteur d'émission ϵ_α est alors donné par :

$$\epsilon_\alpha = \frac{L_\alpha}{L_N}$$

ou encore :

$$\epsilon_\alpha = \frac{\pi \cdot L_\alpha}{\sigma T_B^4}$$

Quand la surface $d\Sigma$ interceptée par l'angle solide $d\Omega$ appartient à la paroi, nous avons montré que $L_\alpha = L_I$.

Le facteur ϵ_α a donc pour expression :

$$\epsilon_\alpha = \frac{\pi . L_I}{\sigma T_B^4} \qquad \text{(IV-4)}$$

Lorsque $d\Sigma$ appartient à la base, ϵ_α est alors égal à l'unité.

1-1-2 - Détermination de l'indicatrice d'émission apparente de l'ouverture d'une cellule

L'indicatrice d'émission d'une surface isotrope possède une symétrie de révolution par rapport à la normale centrée sur chaque élément d'aire la composant. Il suffit donc, afin d'obtenir l'indicatrice d'émission correspondant à un élément dS, d'étudier la variation du facteur d'émission directionnel dans un seul plan comprenant la normale à cet élément. Cette symétrie n'existe évidemment plus pour des suffaces anisotropes. L'ouverture d'une cellule correspond à un tel type de surface ; en effet, le facteur d'émission apparente ϵ_α, dans une direction faisant un angle α avec la normale à un élément dS de l'ouverture, est proportionnel à l'émittance de la portion de paroi interceptée par l'angle solide élémentaire, défini autour de cette direction.

Dans un seul cas, celui où un élément d'aire est situé autour du centre de l'ouverture d'une cellule circulaire, il existe une symétrie de révolution autour de la normale à l'ouverture en ce point.

Il faut donc, afin de déterminer l'indicatrice d'émission apparente d'un élément de l'ouverture d'une cellule, évaluer le facteur d'émission ϵ_α dans tous les plans π passant par la normale à cet élément (figure IV-2).

Géométriquement, la cellule est composée d'une surface prismatique engendrée par une génératrice perpendiculaire à la base et à l'ouverture.

Les plans π considérés sont donc tous parallèles aux génératrices.

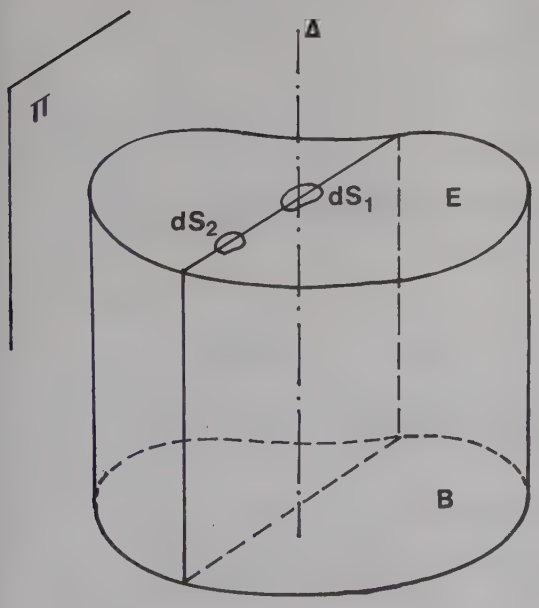


Figure IV-2

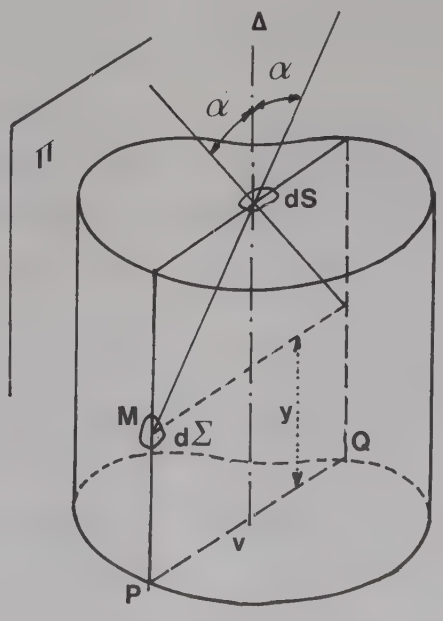


Figure IV-3

On peut en conclure que la paroi, la base et l'ouverture d'une cellule de section droite quelconque, découpent sur un plan π une surface rectangulaire.

Deux possibilités peuvent se présenter dans l'évaluation du facteur ϵ_α :

- l'élément dS est centré sur l'axe vertical de symétrie Δ de la section rectangulaire ; soit dS_1 cet élément représenté sur la figure IV-2,
- l'élément dS n'est pas centré sur l'axe Δ ; soit dS_2 la position de dS correspondant à ce cas (figure IV-2).

Nous étudierons successivement ces deux cas :

1er Cas :

L'axe Δ est confondu avec la normale à dS_1 (figure IV-3). On remarque immédiatement que deux valeurs du facteur d'émission directionnel déterminées pour deux angles α égaux mais situés de part et d'autre de cet axe sont égales. Il y a donc symétrie de ϵ_α par rapport à la normale à dS.

Pour déterminer ϵ_α , il suffit d'évaluer l'émittance de la surface $d\Sigma$ autour du point M de la paroi, M étant le point d'intersection de la droite de direction α et de la paroi.

Soit y la cote de M, on a vu,(II-2), que l'émittance de la paroi à ce niveau est donné par la formule :

$$\frac{M_y - M_E}{M_B - M_E} = \frac{\Psi_h - \Psi_0}{h} \cdot y + \Psi_0 \quad , \qquad \text{(IV-5)}$$

ou encore :

$$M_y = (M_B - M_E) \cdot \left(\frac{\Psi_h - \Psi_0}{h} \cdot y + \Psi_0\right) + M_E \quad . \qquad \text{(IV-6)}$$

Il ne reste plus qu'à calculer y en fonction de l'angle α .

Si on appelle v la longueur du segment PQ découpé sur le plan π par la base de la cellule, on voit immédiatement sur la figure IV-3 que y et α sont liés par la relation :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v}{2(h - y)} \quad . \qquad \text{(IV-7)}$$

On peut, dans la formule (IV-6), remplacer y par sa valeur déduite de la relation (IV-7), soit :

$$y = h - \frac{v}{2} \cdot \operatorname{cotg}\alpha \quad . \qquad \text{(IV-8)}$$

Ceci entraîne :

$$M_y = (M_B - M_E) \cdot \left[(\Psi_h - \Psi_0) \cdot (1 - \frac{v}{2h} \cdot \cotg \alpha) + \Psi_0 \right] + M_E \qquad \text{(IV-9)}$$

Compte tenu de la relation de définition de $\epsilon_\alpha = \frac{\pi L_\alpha}{\sigma T_B^4}$, on obtient finalement :

$$\epsilon_\alpha = (1 - \frac{M_E}{M_B}) \cdot \left[(\Psi_h - \Psi_0) \cdot (1 - \frac{v}{2h} \cdot \cotg \alpha) + \Psi_0 \right] + \frac{M_E}{M_B} \qquad \text{(IV-10)}$$

Cette formule permet de déterminer l'indicatrice d'émission apparente d'un élément dS de la surface d'ouverture de cellules disposées devant une base noire et dans le cas où dS est centré sur l'axe de symétrie d'une section verticale.

Nous avons calculé les valeurs correspondant à cette indicatrice pour une cellule circulaire, dS étant au centre de l'ouverture ($v = 1$). Les figures IV-4 et IV-5, représentent les courbes déduites des résultats de ces calculs.

Dans la figure IV-4, nous avons réuni les indicatrices de cellules de hauteurs relatives différentes, placées dans les mêmes conditions de température (base : 400°K , ouverture : 300°K).

Cette figure fait apparaître un "amincissement" de la forme des indicatrices lorsque la hauteur relative des cellules augmente. Elle fait également apparaître les discontinuités d'émittance dont l'existence se traduit par les portions de courbe EE', au niveau de l'ouverture, et BB' au niveau de la base. On remarque la diminution des effets de discontinuités lorsque la hauteur relative augmente.

Dans la figure IV-5, on a tracé pour une même cellule circulaire, de hauteur relative 5, les indicatrices correspondant à diverses conditions de température de la base, (500, 400, 310°K).

On peut y remarquer que lorsque la valeur de la température de la base tend vers celle de l'ouverture, la forme de l'indicatrice tend vers celle d'un corps noir pour cette température. En effet, lorsque la différence des températures entre la base et l'ouverture s'annule, celle de la paroi tend à s'uniformiser et, à la limite, la cellule est isotherme et réalise un corps noir parfait.

2ème Cas :

L'élément dS n'est pas centré sur l'axe de symétrie d'une section verticale. Sur la figure (IV-6), l'élément dS étudié est centré en un point M situé à la distance u de l'axe de la section verticale.

Dans ce cas, il n'y a plus symétrie pour deux facteurs d'émission apparente $\epsilon_{1\alpha}$ et $\epsilon_{2\alpha}$ correspondant à deux angles α égaux mais situés de part et d'autre de la normale en M à l'ouverture.

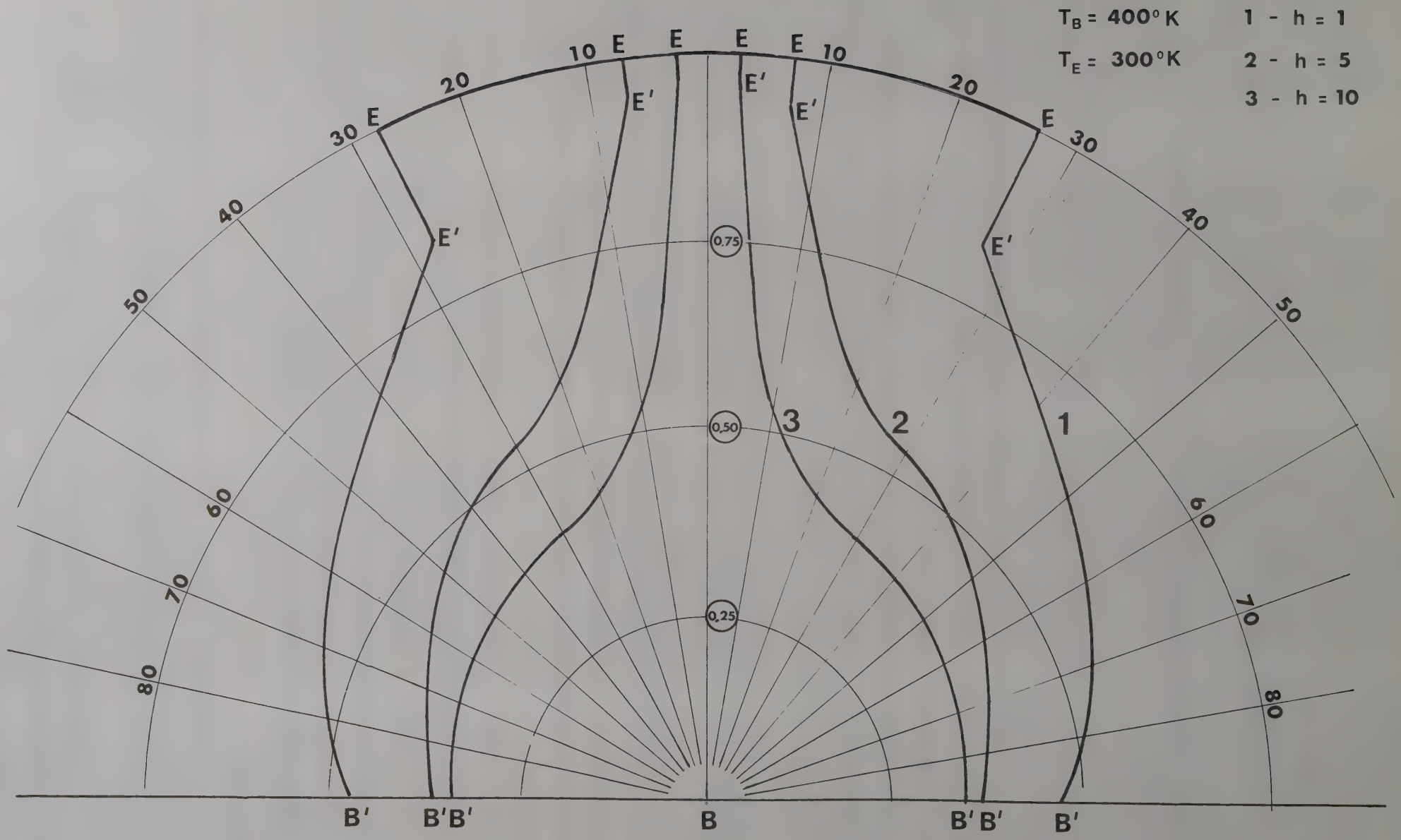

T_B = 400° K
T_E = 300° K
1 - h = 1
2 - h = 5
3 - h = 10
E
E'
10
20
30
40
50
60
70
80
0,75
0,50
0,25
1
2
3
B'
B
B'B'

Fig. IV - 4

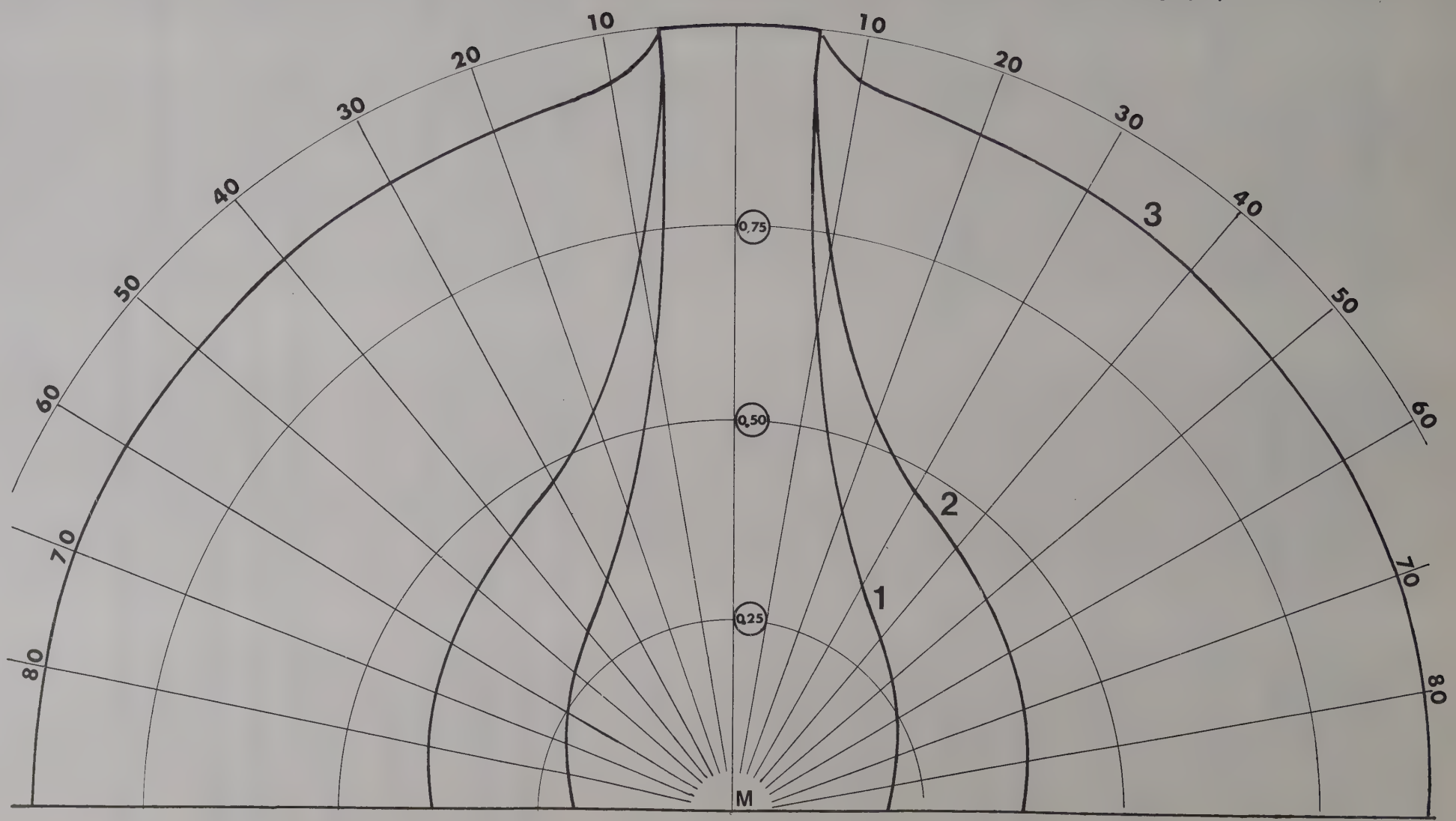

500°(1)
h = 5 , T_B = 400°(2) , T_E = 300°K
310°(3)
10
20
30
40
50
60
70
80
0,75
0,50
0,25
1
2
3
M

Fig. IV-5

En effet, à ces deux directions α correspondent deux surfaces élémentaires de parois situées respectivement aux cotes y_1 et y_2.

L'angle α et la cote y_1 de l'élément $d\Sigma_1$ sont liés par la relation :

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v/2 + u}{h - y_1} \qquad \text{(IV-11)}$$

d'où :

$$y_1 = h - (\frac{v}{2} + u) \cdot \operatorname{cotg}\alpha \qquad \text{(IV-12)}$$

Le facteur $\epsilon_{1\alpha}$ est donc donné par :

$$\epsilon_{1\alpha} = (1 - \frac{M_E}{M_B}) \cdot \left[(\Psi_h - \Psi_0) \cdot \left[1 - (\frac{v}{2} + u) \cdot \frac{\operatorname{cotg}\alpha}{h} \right] + \Psi_0 \right] + \frac{M_E}{M_B} \cdot \qquad \text{(IV-13)}$$

Par contre, y_2 étant déterminée par la relation :

$$y_2 = h - (\frac{v}{2} - u) \cdot \operatorname{cotg}\alpha \ ,$$

$\epsilon_{2\alpha}$ s'écrit alors :

$$\epsilon_{2\alpha} = (1 - \frac{M_E}{M_B}) \cdot \left[(\Psi_h - \Psi_0) \cdot \left[1 - (\frac{v}{2} - u) \cdot \frac{\operatorname{cotg}\alpha}{h} \right] + \Psi_0 \right] + \frac{M_E}{M_B} \qquad \text{(IV-14)}$$

On a représenté l'indicatrice d'émission apparente de structures cellulaires circulaires de différentes hauteurs pour *un décentrement u ayant pour valeur 1/2* , dS étant centrée sur un diamètre (figure IV-7). *La dissymétrie de ces indicatrices apparait nettement sur la figure IV-8.*

On peut faire les mêmes remarques concernant la forme des indicatrices que celles faites précédemment.

Remarque :

Les formules (IV-10, 12, 13, 14), exprimant le facteur directionnel d'émission apparente d'un élément dS de l'ouverture, sont fonctions de paramètres liés à la cellule (v , u , Ψ_0 et Ψ_h) et du rapport entre l'émittance de la base et celle de l'ouverture.

On peut donc tracer un réseau de courbes sans fixer la température de la base et de l'ouverture, mais seulement le rapport entre leurs émittances.

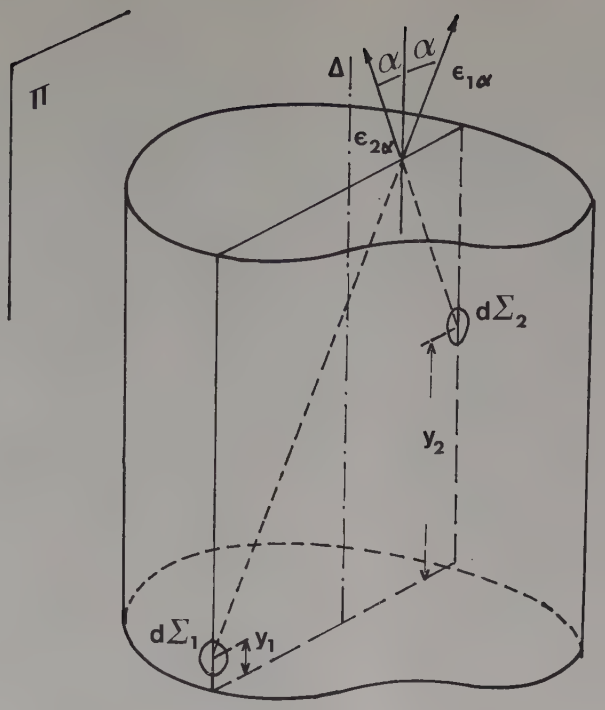


Fig. IV - 6

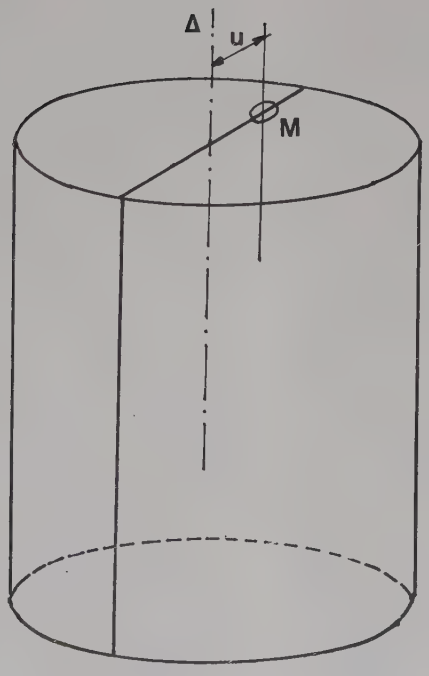


Fig. IV - 7

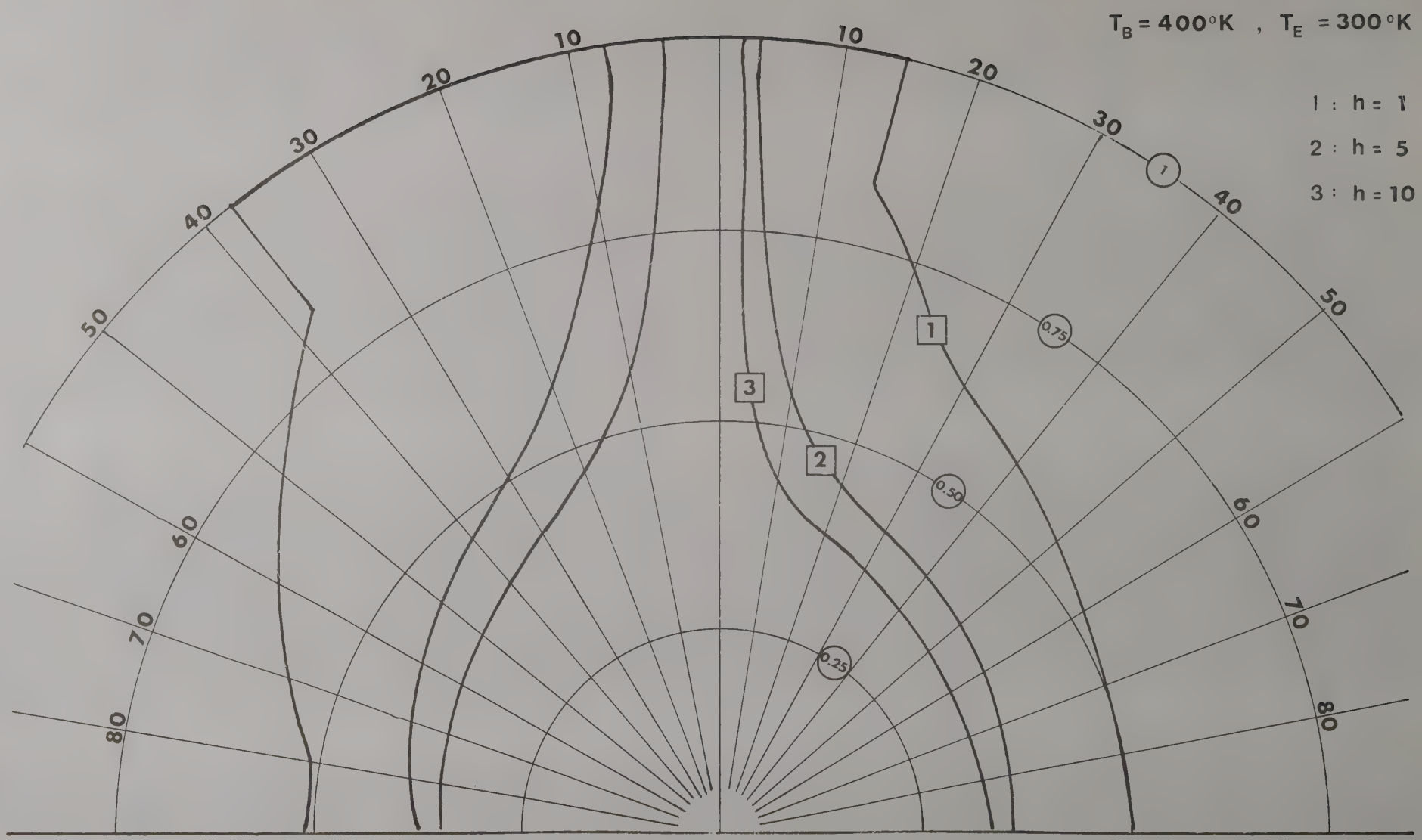

$T_B = 400°K$, $T_E = 300°K$
1 : h = 1
2 : h = 5
3 : h = 10
10
20
30
40
50
60
70
80
0.75
0.50
0.25
1
2
3

Fig. IV - 8

1-2 - Structure cellulaire associée à une surface de base sélective

Ainsi qu'au paragraphe (IV-1-1), on peut définir un facteur directionnel d'émission apparente. On a vu que la luminance apparente L_α , dans une direction faisant un angle α avec la normale à l'élément dS considéré, est déterminée à partir du flux énergétique émis par l'élément de paroi ou de base intercepté par l'angle solide $d\Omega$.

Lorsque les rayons énergétiques participant à l'émission apparente de dS dans une direction α sont issus d'une surface élémentaire $d\Sigma$ appartenant à la paroi, on se retrouve ramené au cas précédent, $d\Sigma$ ayant un facteur d'émission égal à 1.

Il n'en est plus de même lorsque $d\Sigma$ appartient à la base, cette surface possédant un facteur de réflexion non nul. Le flux total rayonné par un quelconque des éléments $d\Sigma$ se décompose alors en deux parties : l'une,ne dépendant pas de la position de $d\Sigma$, correspond au flux émis, $\epsilon_B M_B$;l'autre, variable suivant la position de $d\Sigma$, correspond au flux, provenant de la paroi et de l'ouverture, réfléchis par cet élément.

On peut donc définir, ainsi qu'on l'a vu au paragraphe I-2 , l'émittance apparente, $M_{Ad\Sigma}$, de l'élément $d\Sigma$. Cette émittance apparente est la somme de l'émittance, $\epsilon_B M_B$,de la base et d'un terme correspondant au flux par unité de surface, $\Phi_{Rd\Sigma}$, réfléchi au niveau de $d\Sigma$.

Afin d'évaluer $\Phi_{Rd\Sigma}$, calculons tout d'abord le flux $\varphi_{Rd\Sigma}$, réfléchi par l'élément $d\Sigma$ de facteur de réflexion ρ_B , provenant des flux émis par l'ouverture et la paroi de la cellule considérée. L'expression de $\varphi_{Rd\Sigma}$ est donnée par :

$$\varphi_{Rd\Sigma} = \rho_B \cdot \left[S.M_E \cdot F_{E,d\Sigma} + \int_0^h p \cdot dy. M_y \cdot F_{dy,d\Sigma} \right] \cdot \qquad \text{(IV-16)}$$

L'utilisation des relations de réciprocité entre facteurs d'angle géométriques permet de modifier cette relation et d'aboutir à l'expression du flux réfléchi par unité d'aire au niveau de $d\Sigma$:

$$\Phi_{Rd\Sigma} = \rho_B \cdot \left[M_E \cdot F_{d\Sigma,E} + \int_0^h M_y \cdot F_{d\Sigma,dy} \right] . \qquad \text{(IV-17)}$$

L'expression de ce flux dépend de l'émittance le long de la paroi, My. Afin d'introduire la fonction Ψ_y qu'on a plus particulièrement étudiée au chapitre III, ajoutons au deuxième membre de l'équation (IV-17), le terme $M_E \cdot F_{d\Sigma,h}$ et retranchons l'intégrale qui lui est égale $\int_0^h M_E \cdot F_{d\Sigma,dy}$

Il vient, après avoir remplacé $\dfrac{M_y - M_E}{M_B - M_E}$ par Ψ_y :

$$\Phi_{R,d\Sigma} = \rho_B \cdot \left[M_E + (M_B - M_E) \cdot \int_0^h \Psi_y \cdot F_{d\Sigma,dy} \right] \qquad \text{(IV-18)}$$

Afin de simplifier l'évaluation de $\Phi_{R,d\Sigma}$ par l'utilisation des tableaux (III-1) et (III-2) donnant Ψ_0 et Ψ_h pour différents cas, intégrons par parties l'expression $\Psi_y \cdot F_{d\Sigma,dy}$.
On obtient :

$$\Phi_{R,d\Sigma} = \rho_B \cdot \left[M_E + (M_E - M_B) \cdot (\Psi_h \cdot F_{d\Sigma,h} + \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \int_0^h F_{d\Sigma,y}\, dy) \right] \quad . \quad (IV\text{-}19)$$

L'émittance apparente $M_{Ad\Sigma}$ a donc pour expression :

$$M_{Ad\Sigma} = \epsilon_B \cdot M_B + \rho_B \cdot \left[M_E + (M_E - M_B) \cdot (\Psi_h \cdot F_{d\Sigma,h} + \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \int_0^h F_{d\Sigma,y} dy) \right] \quad (IV\text{-}20)$$

Le facteur ϵ_α , dans ce cas, est défini par :

$$\epsilon_\alpha = \frac{M_{Ad\Sigma}}{M_B}$$

et a donc pour expression :

$$\epsilon_\alpha = \epsilon_B + \rho_B \cdot \left[\frac{M_E}{M_B} + (1 - \frac{M_E}{M_B}) \cdot (\Psi_h \cdot F_{d\Sigma h} + \frac{\Psi_0 - \Psi_h}{h} \int_0^h F_{d\Sigma,y}\, dy) \right] \quad (IV\text{-}21)$$

On peut remarquer, qu'à l'intégrale près, ϵ_α ne dépend que de termes connus (Ψ_0, Ψ_h) ou imposés $(\epsilon_B , \rho_B , M_E , M_B)$.

Ainsi qu'au paragraphe IV-1, suivant la position de dS dans le plan d'ouverture d'une cellule, il peut exister une symétrie dans l'indicatrice d'émission apparente. On ne traite ici que le cas où cette indicatrice est symétrique ; rappelons que dS se trouve alors sur l'axe de symétrie de la section verticale correspondant à l'intersection entre le plan π et la cellule. Les cas pour lesquels ϵ_α ne possède pas cette propriété se déduisent facilement du cas que nous allons étudier.

Pour les directions α interceptant la base, ϵ_α est donné par la formule (IV-21). Lorsque la paroi est concernée, la formule (IV-10) est encore applicable.

On se place dans le cas où la cellule étudiée est circulaire et où dS est centrée autour de l'axe principal.

L'évaluation du ϵ_α correspondant à la paroi ne pose aucune difficulté. Afin d'évaluer le facteur ϵ_α correspondant à la base, on peut faire la remarque suivante qui permet de réduire les calculs à effectuer. La cellule présentant un axe de symétrie, il suffit de calculer le flux $\Phi_{Rd\Sigma}$ pour des surfaces $d\Sigma$ centrées sur un rayon de la base. Une rotation de ce rayon autour de l'axe principal de la cellule permet de déterminer tous les flux $\Phi_{Rd\Sigma}$ issus de la base.

Si on appelle z la distance séparant $d\Sigma$ du centre de la base, l'intégrale contenue dans l'expression (IV-22) est donnée dans ce cas particulier par :

$$\int_0^h F_{d\Sigma,y}\, dy = \frac{1}{2}\int_0^h \left(1 + \frac{y^2 + z^2 - 0{,}25}{z^4 + 2z^2(y^2 - r^2) + (y^2 + r^2)^2}\right) dy \qquad \text{(IV-22)}$$

L'intégration de cette expression a été réalisée par calcul numérique sur ordinateur.

Nous avons tracé sur la figure (IV-9) les courbes représentatives des indicatrices d'émission apparente du centre de l'ouverture d'une cellule de hauteur relative 5. Les températures de la base et de l'ouverture sont respectivement égales à 400°K et 300°K. Ces courbes correspondent à différentes valeurs du facteur d'émission de la base : 0,1 - 0,3 - 0,5 - 0,7 et 0,9.

On peut remarquer que les discontinuités d'émittance augmentent avec ϵ_B et que les écarts entre les deux courbes correspondant à $\epsilon_B = 0{,}9$ et $\epsilon_B = 0{,}7$ sont beaucoup plus faibles qu'entre les deux courbes correspondant à $\epsilon_B = 0{,}1$ et $\epsilon_B = 0{,}3$. Ce résultat confirme celui qui a été établi au chapitre III, à savoir que *la variation du facteur de réduction d'une cellule est moins importante lorsque les facteurs d'émission de la base prennent des valeurs élevées.*

Les courbes de la figure IV-10, représentent les indicatrices d'émission apparente du centre de l'ouverture de cellules de hauteurs relatives égales à 1, 5, 10 ($\epsilon_B = 0{,}1$) ; les températures de la base et de l'ouverture étant respectivement 400°K et 300°K. On remarque que le facteur ϵ_α correspondant à la base (partie AB de chaque courbe) croît avec la hauteur relative des cellules. Cela est dû au fait que, tandis que le flux de puissance émis par la base est le même dans chaque cas, celui réfléchi par cette même surface, étant issu des parois, augmente avec leur hauteur.

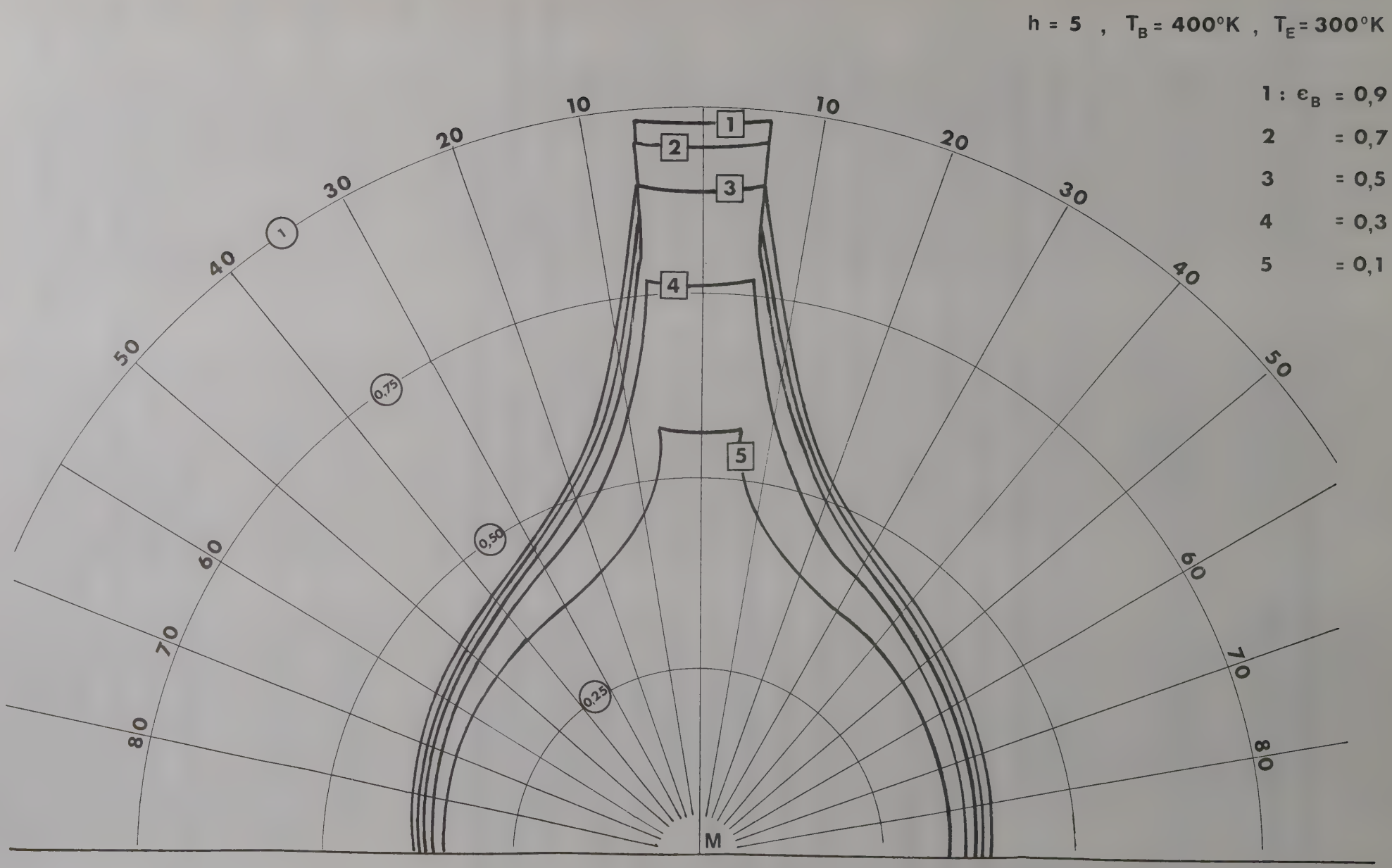

h = 5 , T_B = 400°K , T_E = 300°K
1 : ε_B = 0,9
2 = 0,7
3 = 0,5
4 = 0,3
5 = 0,1
10
20
30
40
50
60
70
80
0,75
0,50
0,25
1
2
3
4
5
M

Fig. IV - 9

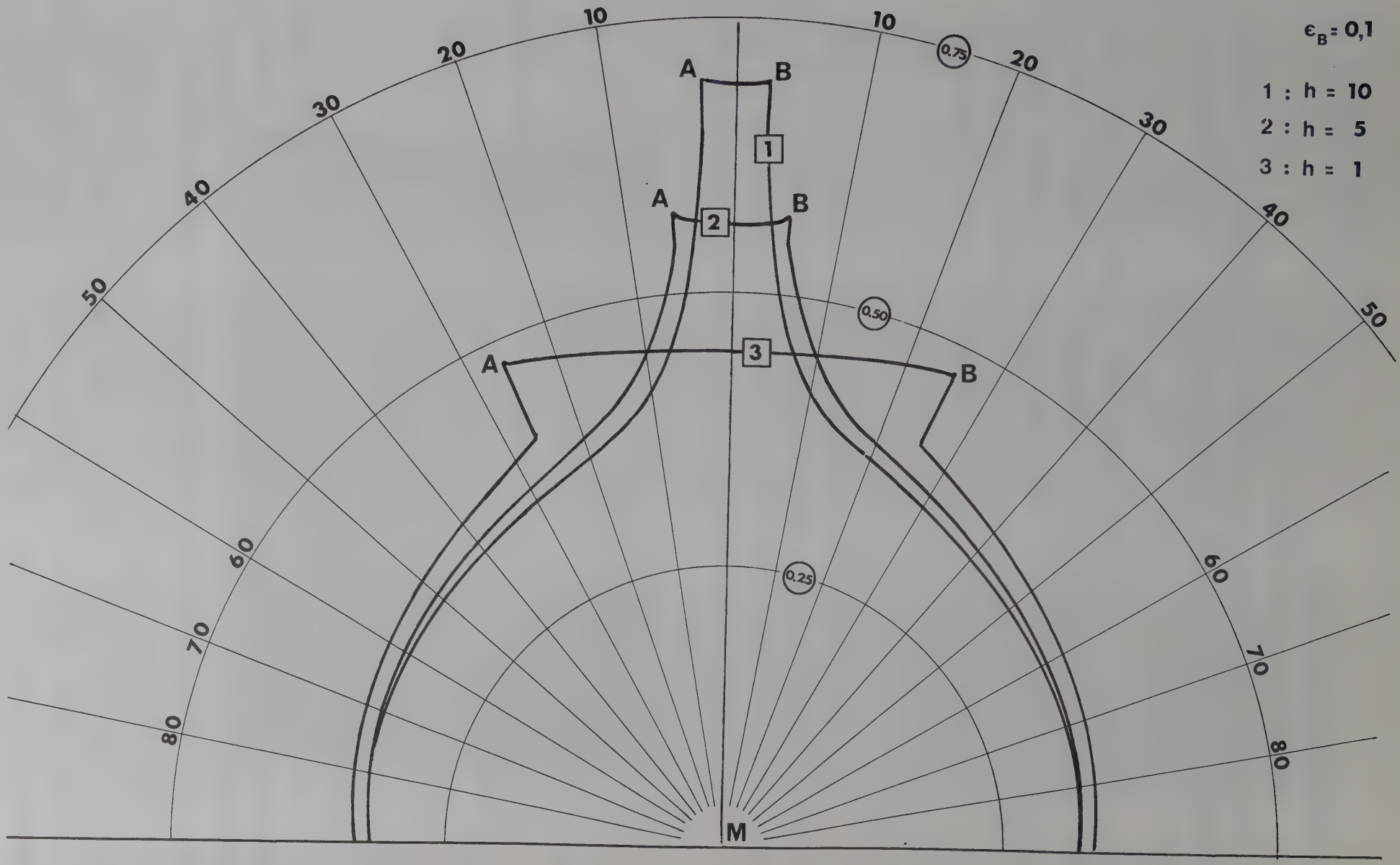

T_B = 400°K T_E = 300°K
ε_B = 0,1
1 : h = 10
2 : h = 5
3 : h = 1
A
B
1
2
3
M
0.75
0.50
0.25
10
20
30
40
50
60
70
80

Fig. IV - 10

2 - DETERMINATION PRATIQUE

2-1 - Description du banc de mesure

Nous avons réalisé un montage destiné à déterminer expérimentalement le facteur directionnel d'émission apparente d'une surface quelconque et, en particulier, de la surface émissive fictive que constitue l'ouverture des cellules.

Ce montage, dont un schéma synoptique est présenté à la figure IV-11, permet de capter le flux émis par un élément de la surface à étudier dans un angle solide de faible valeur autour d'une direction choisie et de le comparer à celui émis par un corps noir porté à même température que la surface ou que la base dans le cas d'une structure cellulaire. Le facteur d'émission cherché est égal au rapport de ces deux flux que nous mesurons à l'aide d'un détecteur de rayonnement infra-rouge. Les photographies (figures IV-12, 13) montrent une vue générale et une vue partielle du montage.

Le principe de la méthode reposant sur la mesure de flux issus de l'échantillon étudié, puis d'un corps noir de référence, nous avons placé ces deux éléments sur une platine (PT) tournant autour d'un axe vertical afin de pouvoir les présenter successivement devant le détecteur.

Un dispositif, intercalé entre la source de rayonnement et le détecteur, doit permettre de considérer que ce dernier ne reçoit que le rayonnement émis par l'élément étudié dans l'angle solide défini ci-dessus. Nous avons pour cela utilisé un tube (T) de diamètre d , de longueur l complété par deux caches (C_1) , (C_2), interdisant à tout rayonnement, issu, de l'échantillon et ne passant pas par l'intérieur du tube, d'atteindre directement le détecteur.

Les dimensions l et d du tube ont été choisies de façon que les flux atteignant le détecteur soient suffisamment puissants tout en conservant une faible étendue de faisceau.

De nombreux essais nous ont conduit à retenir un tube ayant une longueur l de 50 cm et un diamètre d de 0,2 cm .

Détecteur de rayonnement infra-rouge -

Nous avons utilisé un appareillage pneumatique (licence ONERA), permettant d'atteindre un seuil de détection inférieur à 2.10^{-10}W. Un modulateur optique (M) agit sur le flux qui parvient à la tête réceptrice (TR) et permet d'obtenir un signal qui, après traitement dans un ensemble électronique (EE), peut être directement appliqué à un oscilloscope ou a un enregistreur annexe.

La tête réceptrice est équipée d'une fenêtre d'entrée en bromure de potassium dont la variation du facteur de transmission en fonction de la longueur d'onde est représentée à la figure IV-14. On peut y remarquer que cette fenêtre permet l'entrée dans le détecteur de tout rayonnement de longueur d'onde inférieur à 35 μm.

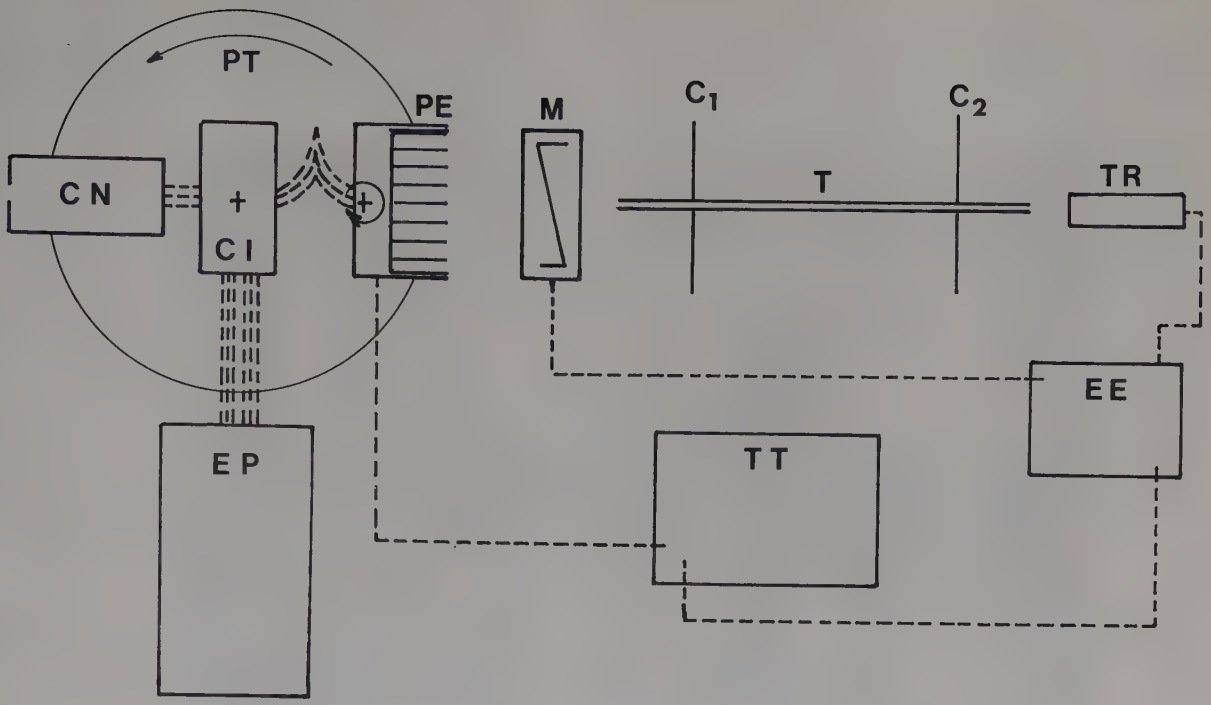


Fig. IV - 11

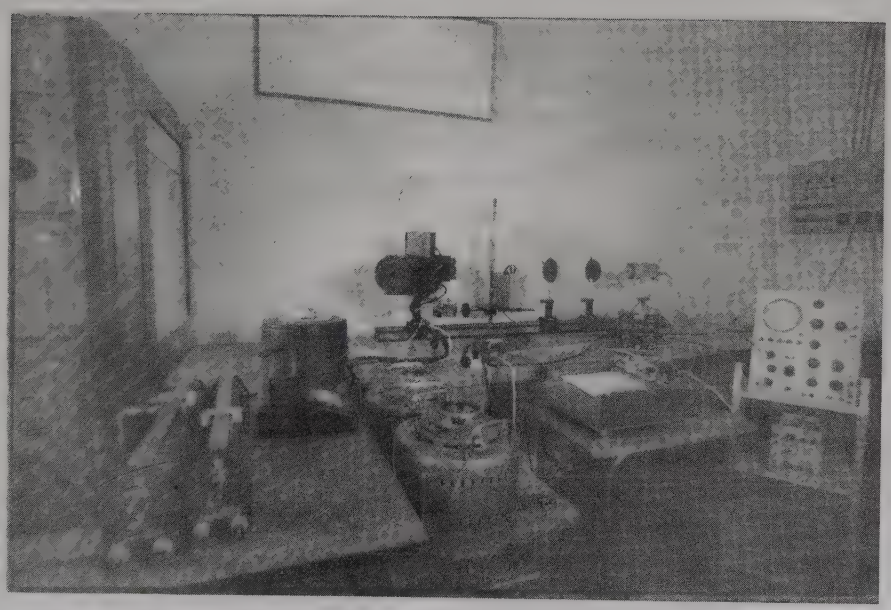


Fig. IV - 12

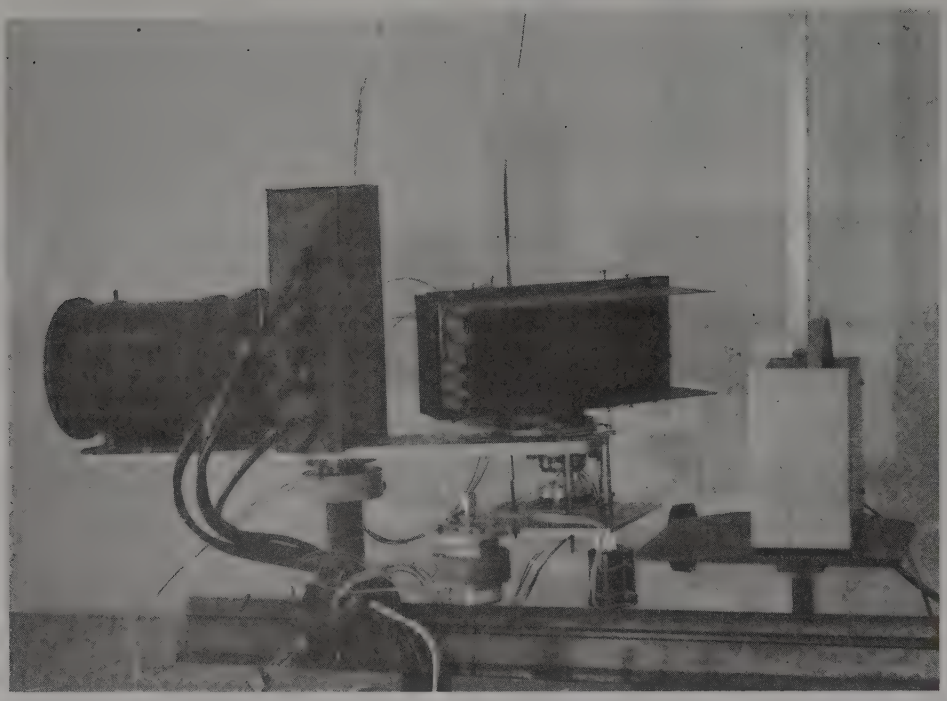


Fig. IV - 13

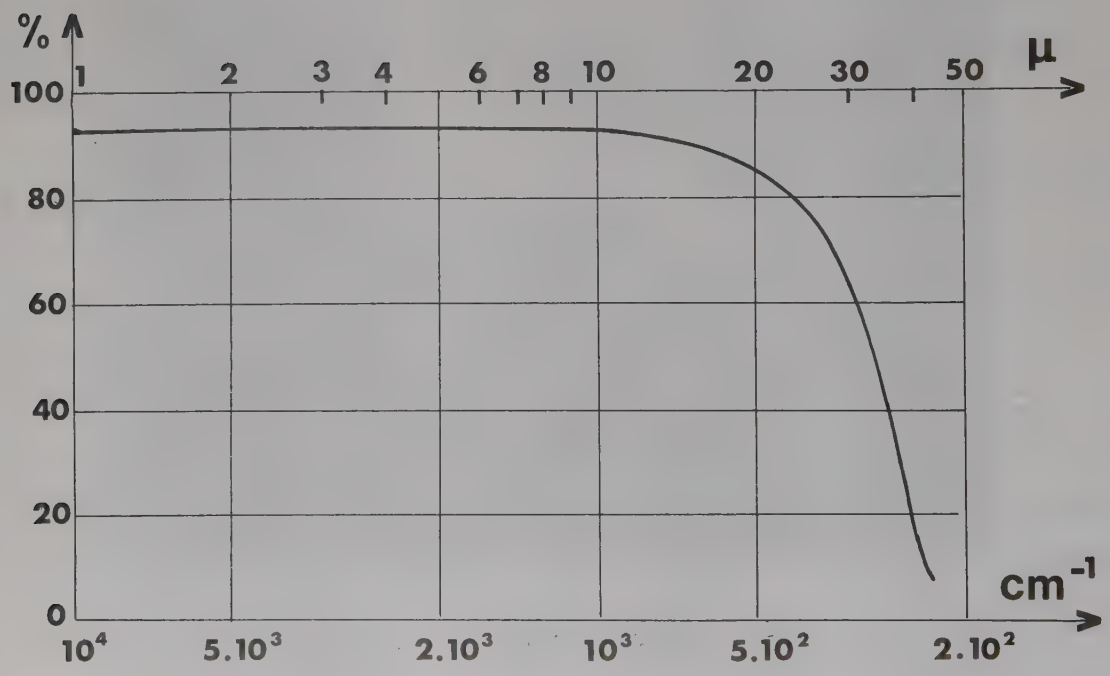


Fig. IV - 14

Porte échantillon -

Pour faire varier la direction de mesure, nous avons choisi de rendre mobile l'échantillon étudié plutôt que le détecteur, pour des raisons évidentes de commodité. Dans ce but,nous avons réalisé un porte échantillon (PE) tournant autour d'un axe vertical dans le plan de la surface étudiée. Un moteur synchrone permet d'obtenir un mouvement régulier de rotation.

La position angulaire est repérée à l'aide d'un potentiomètre rotatif hélicoïdal parcouru par un courant continu délivré par une alimentation. On recueille aux bornes du potentiomètre une tension proportionnelle à l'angle de rotation, tension qui est appliquée à l'entrée horizontale d'une table traçante (TT).

La tension de sortie de l'ensemble de détection est appliquée à l'entrée verticale de cette même table qui permet ainsi d'obtenir directement les courbes de variation de la réponse du détecteur, en fonction de la position de la surface émettrice.

L'échantillon est porté à différentes températures au moyen d'une plaque chauffée par une résistance électrique. L'uniformisation de la température est assurée par un anneau de garde également chauffé par résistance électrique, indépendamment de la plaque.

Des thermocouples placés au centre et au bord de la plaque permettent de suivre l'évolution des températures et de vérifier leur uniformité.

Le porte échantillon est par ailleurs disposé sur un support à glissière afin que la surface d'ouverture des structures cellulaires, quelles que soient leurs dimensions, puissent être maintenues dans le plan de l'axe de rotation du support tournant.

Appareillage annexe -

Le banc de mesure que l'on vient de décrire est complété par les appareils de mesure suivants :

- un enregistreur potentiomètrique MECI à 12 voies (EP) permet de contrôler l'évolution des températures du corps noir et du porte échantillon. Les connexions entre les thermocouples de mesure et l'enregistreur sont disposées dans un coffret isotherme (CI) situé sur la platine tournante.

- un oscilloscope permet l'examen des signaux de réglage de la tête réceptrice et du démodulateur contenu dans l'ensemble électronique.

2-2 - Etalonnage du détecteur et principe de la mesure

La tension de sortie V_D de l'ensemble de détection est fonction du flux d'énergie rayonnante atteignant la tête réceptrice. Un étalonnage est nécessaire pour déterminer quantitativement les flux issus des surfaces étudiées. Pour effectuer cet étalonnage, il faut appliquer un flux d'énergie connu au détecteur et mesurer simultanément la tension V_D. Dans le cas présent, nous utilisons le corps noir de référence du montage comme source d'énergie, la connaissance de sa température nous permettant de déduire son émittance en appliquant la loi de Stefan-Boltzmann. En portant sur un graphe cette émittance en abscisse et la tension V_D en ordonnée, on obtient, si cette opération est faite pour plusieurs valeurs de la température, la courbe d'étalonnage du détecteur en émittance.

Pratiquement, afin de réaliser ces mesures simultanées de température et de tension, on utilise les entrées horizontales et verticales d'une table traçante auxquelles on applique respectivement la tension V_D et la tension fournie par le thermocouple de mesure de température du corps noir soit lors de son chauffage, soit pendant le refroidissement de ce corps préalablement chauffé.

La courbe représentée à la figure (IV-15) montre la variation de la tension V_D en fonction de l'émittance du corps noir de référence. Cette variation est pratiquement linéaire. On remarque que V_D s'annule pour une émittance M_E correspondant à l'émission d'un corps noir dont la température T_E est celle du milieu environnant.

On en conclut que la valeur de V_D est proportionnelle à la différence entre l'émittance M du corps qu'on étudie et l'émittance M_E correspondant à l'environnement. Si k est le facteur de proportionnalité, on peut écrire :

$$V_D = k \cdot (M - M_E) \quad . \qquad \text{(IV-23)}$$

Deux cas se présentent suivant que l'on mesure le facteur d'émission d'une surface grise ou le facteur d'émission apparente de l'ouverture d'une cellule.

Facteur d'émission d'une surface grise :

Afin de distinguer ce cas, on affecte les éléments variables de la relation (IV-23) de l'indice G : M_G est alors l'émittance apparente de la surface considérée.

$$V_{DG} = k \cdot (M_G - M_E) \qquad \text{(IV-24)}$$

Par définition, le facteur d'émission est égal au rapport entre le flux émis par l'échantillon et le flux qu'émet un corps noir de même température.

L'émittance apparente M_G se compose du flux émis par la surface étudiée, du flux issu des surfaces environnantes, qu'elle réfléchit. Si on suppose que les surfaces environnantes sont noires, à température T_E, on a :

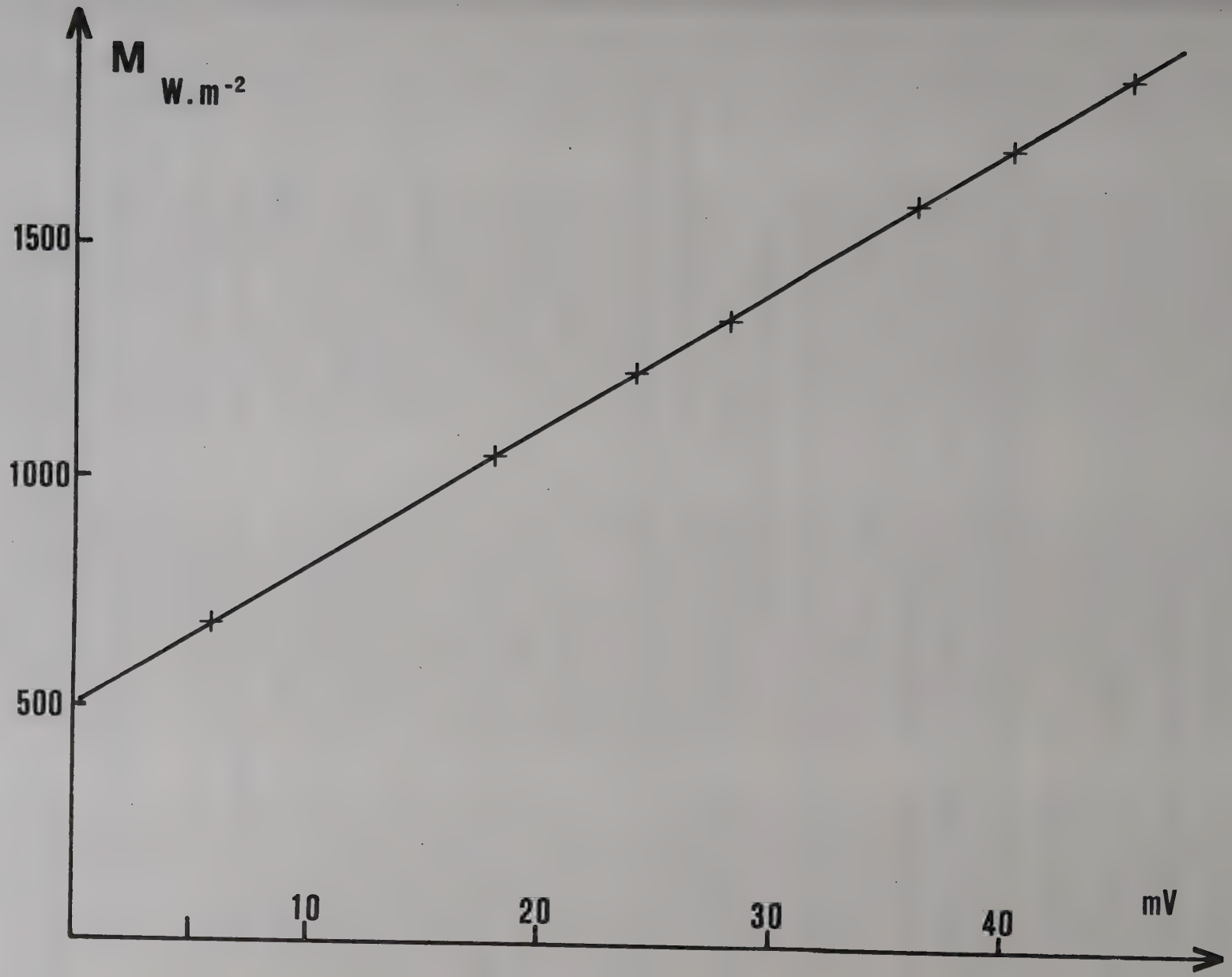


Fig. IV - 15

$$M_G = \epsilon_B \cdot M_B + (1 - \epsilon_B) \cdot M_E \qquad \text{(IV-25)}$$

et l'équation (IV-24) devient :

$$V_{DG} = k \cdot \epsilon_B \cdot (M_B - M_E) \qquad \text{(IV-26)}$$

Par contre, l'équation (IV-23) appliquée à un corps noir (indice N) de température T_B s'écrit :

$$V_{DN} = k \cdot (M_B - M_E) \qquad \text{(IV-27)}$$

La comparaison entre les équations (IV-26 et 27) montre que le facteur d'émission ϵ_B est égal au rapport entre les tensions issues de l'ensemble de détection relatives aux surfaces grise et noire, toutes les deux ayant été portées à la même température.

$$\epsilon_B = \frac{V_{DG}}{V_{DN}} \qquad \text{(IV-28)}$$

Facteur directionnel d'émission apparente de l'ouverture d'une cellule -

Ce cas diffère du précédent en ce que la surface, dont on mesure le facteur d'émission, est fictive. On ne peut lui attacher de facteur de réflexion, tout rayonnement pouvant l'atteindre n'étant pas intercepté par elle.

Le facteur d'émission apparente est égal au rapport entre le flux passant par un élément de cette surface et le flux émis par un corps noir de même temperature que la base. On écrit dans ce cas l'équation (IV-23) en utilisant l'indice c :

$$V_{DC} = k \cdot (M_c - M_E) \qquad \text{(IV-29)}$$

En faisant le rapport membre à membre des relations (29) et (27) il vient :

$$\frac{V_{DC}}{V_{DN}} = \frac{M_c - M_E}{M_B - M_E} \qquad \text{(IV-30)}$$

On en tire :

$$M_c = \frac{V_{DC}}{V_{DN}} \cdot (M_B - M_E) + M_E \qquad \text{(IV-31)}$$

Le facteur directionnel d'émission apparente correspondant a donc pour expression :

$$\epsilon_\alpha = \frac{V_{DC}}{V_{DN}} \cdot \left(1 - \frac{M_E}{M_B}\right) + \frac{M_E}{M_B} \qquad \text{(IV-32)}$$

Remarque :

Lorsque la surface participant à la détermination de ϵ_{α} est la base, l'émittance apparente M_c est due au flux émis par cette surface et au flux qu'elle réfléchit, provenant des parois de la cellule et de l'environnement. Soit R le terme tenant compte de l'influence de ce flux. On peut donc écrire :

$$M_c = \epsilon_B \cdot M_B + (1 - \epsilon_B) \cdot R \qquad \text{(IV-33)}$$

Quand c'est la paroi qui participe à la détermination de ϵ_{α}, la relation (IV-33) devient plus simplement

$$M_c = M_I \quad ,$$

car cette surface étant noire, son facteur d'émission est égal à l'unité.

2-3 - Description des divers éléments composant la base et la structure cellulaire et détermination de leurs facteurs d'émission -

La structure cellulaire étudiée expérimentalement est composée de cellules à section droite hexagonale . Elle est réalisée à partir de feuilles de papier kraft d'épaisseur 0,012 mm, imprégnées de résine phénolique formaldéhyde. Le rapport entre la hauteur d'une cellule et le cercle ex-inscrit à l'hexagone de base est égal à 4,5. Nous considérerons cette valeur comme hauteur réduite de la structure.

Pour déterminer l'indicatrice d'émission du matériau constituant les parois des cellules, nous en avons collé une bande sur une plaquette métallique, cette plaquette étant elle même fixée sur le porte échantillon de notre banc de mesure. La courbe 1 de la figure (IV-16) montre la variation du facteur d'émission directionnel ϵ_{α} en fonction de α, l'échantillon ayant été porté à une température de 353°K. On remarque que ce matériau est pratiquement noir et ceci justifie bien son utilisation pour la fabrication de cellules antirayonnantes.

En ce qui concerne la base, et, pour montrer expérimentalement les différences obtenues par une variation de son facteur d'émission sur l'indicatrice d'émission apparente de l'ouverture d'une même structure, on a utilisé trois échantillons :

- le premier est obtenu par dépôt de noir de fumée sur une plaquette métallique. Ce noir de fumée provient de la flamme d'un chalumeau oxyacétylénique fonctionnant avec excès d'acétylène. La courbe 2 de la figure (IV-16) représente la variation du facteur ϵ_{α} en fonction de α, la plaquette ayant été portée à une température de 393°K; la valeur de ϵ_{α} étant pratiquement constante ($\epsilon_{\alpha} \sim 0{,}9$), nous prenons 0,9 pour valeur du facteur d'émission de la base.

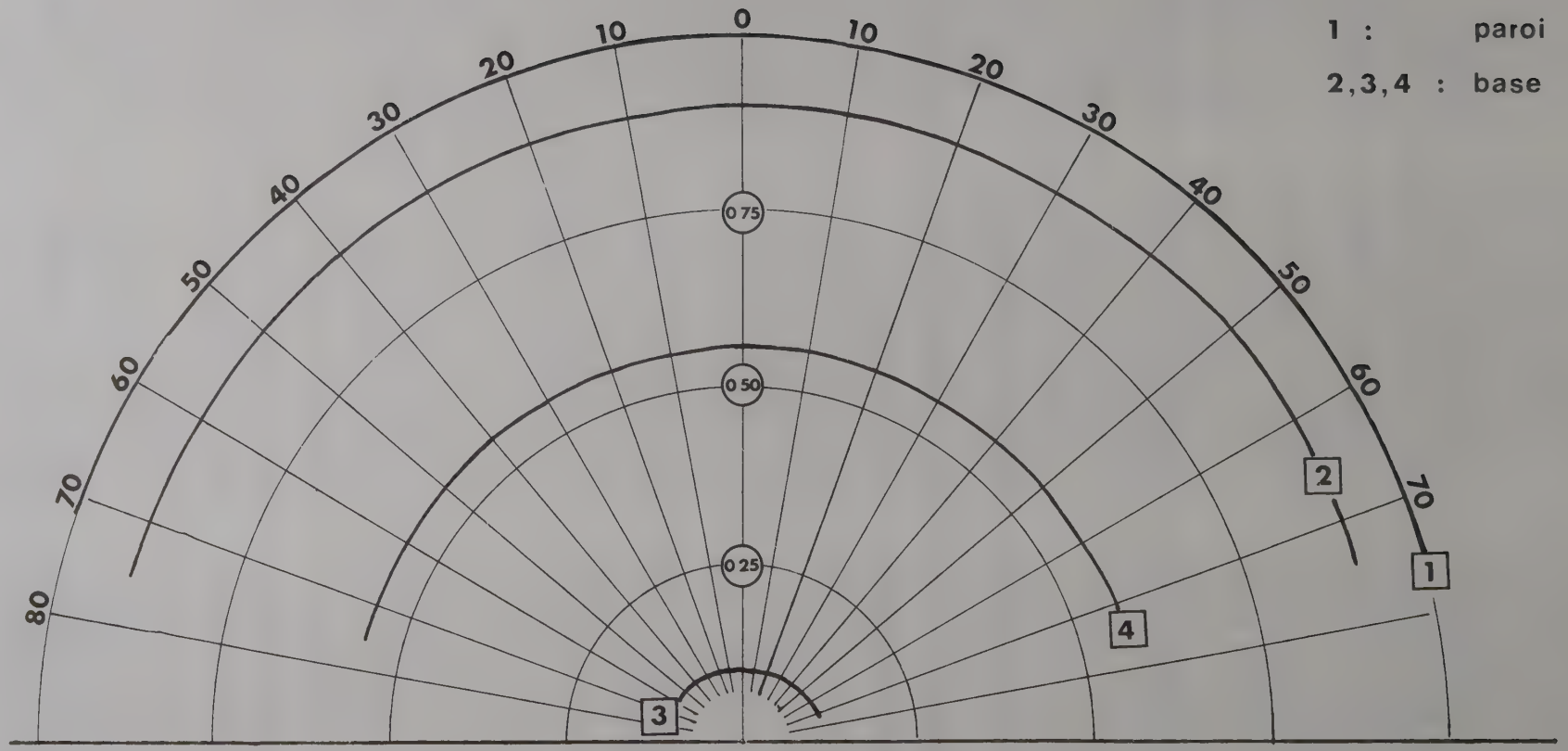

1 : paroi
2,3,4 : base
0
10
10
20
20
30
30
40
40
50
50
60
60
70
70
80
0 75
0 50
0 25
1
2
3
4

Fig. IV-16

- le second échantillon est réalisé à partir d'une plaquette d'aluminium poli L'indicatrice d'émission d'un tel matériau a une forme très applatie pour les directions correspondant à une faible valeur de α , très allongée lorsque la valeur de cet angle augmente. Afin de transformer cette indicatrice, on a dépoli la surface en la striant au moyen d'une brosse métallique rotative tournant à grande vitesse. La courbe 3 (figure IV-16) , représente l'indicatrice d'émission de la surface ainsi obtenue. Dans ce cas encore, cette indicatrice est pratiquement hémisphérique. Le facteur d'émission ϵ_B correspondant a pour valeur 0,1.

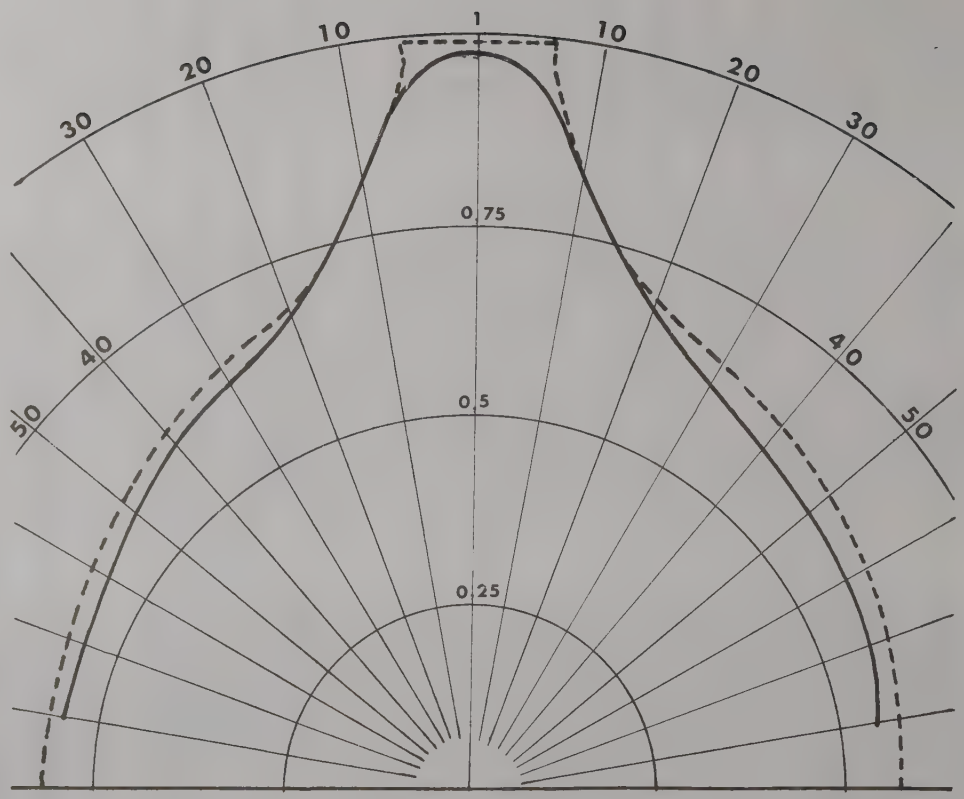
- le troisième type d'échantillon est obtenu à partir d'une plaquette d'aluminium oxydé anodiquement. La couche d'alumine est de 20μm. Dans ce cas encore, on a dépoli cette surface, mais cette fois-ci, à l'aide d'un produit abrasif. L'indicatrice d'émission de cette surface correspond à la courbe 4 de la figure (IV-16). Cette indicatrice a même allure que celles déterminées aux cas précédents, le facteur d'émission étant égal à 0,45.

2-4 - Résultats

Sur la figure IV-17, nous avons représenté (en traits pleins) l'indicatrice d'émission apparente, obtenue expérimentalement pour un élément axial de l'ouverture d'une cellule dont la base a un facteur d'émission ϵ_B égal à 0,9 et une température de 348°K. Nous avons tracé, en traits interrompus, l'indicatrice théorique correspondant à ce cas particulier. L'allure de la courbe expérimentale vérifie bien celle qui avait été prévue théoriquement. Il faut tout de même remarquer que l'expérience ne met pas en évidence de manière très nette l'existence de discontinuités d'émittance sur la paroi au niveau de la base de la cellule ; en effet, l'indicatrice obtenue expérimentalement ne présente pas de points anguleux dans sa partie supérieure ; nous avons attribué ceci au fait que l'angle de visée de l'appareil de mesure ayant une dimension finie, lors de la rotation du porte échantillon, il n'y a pas, pour le détecteur, passage brutal entre le flux provenant de la base et celui émis par la paroi, le faisceau atteignant cet appareil étant alors issu de parties adjacentes de ces deux surfaces. Il en est de même pour les discontinuités d'émittance, au niveau de l'ouverture, qu'on ne peut vérifier de manière précise, le flux énergétique sous incidence rasante étant pratiquement impossible à mesurer.

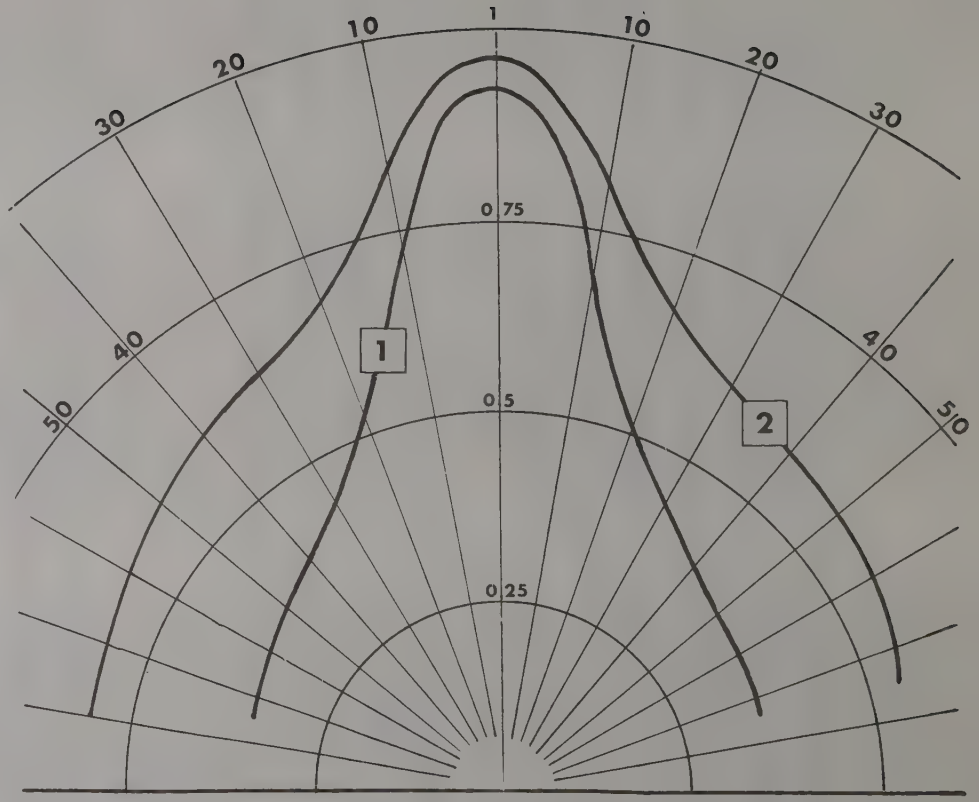
Nous avons étudié expérimentalement le même ensemble, la base ayant été portée à des températures différentes, en conservant la même position pour l'élément d'ouverture visé. La comparaison entre les courbes 1 et 2 de la figure IV-18, tracées respectivement pour des températures de base de 413°K et 348°K, montre l'influence d'une variation de la température sur l'indicatrice d'émission.

On retrouve bien l'amincissement des indicatrices lorsque la température croît, ce que nous avions prévu au paragraphe 1 de ce chapitre.



$\epsilon_B = 0,9$ $T_B = 348\,^{\circ}K$

Fig. IV - 17



$\epsilon_B = 0,9$ (1) $T = 413\,^{\circ}K$
(2) $T = 348\,^{\circ}K$

Fig. IV - 18

Pour mettre en évidence l'influence, précédemment calculée, des variations de divers paramètres, nous avons réuni certains résultats représentés sur les figures (IV-19 à 23). Ces paramètres sont : le facteur d'émission de la base, la température de celle-ci, la position de l'élément de surface visé.

a) Variation du facteur d'émission ϵ_B :

Les figures (IV-19 et 20) sont relatives à des structures identiques associées à des bases ayant des facteurs d'émission différents. Les courbes tracées en traits interrompus traduisent les calculs théoriques correspondants. On peut noter le bon accord entre ces résultats ; la remarque, concernant les discontinuités faite au sujet de la figure (IV-17), est toujours valable.

La figure (IV-22) permet de comparer les indicatrices d'émission de deux ensembles dont tous les paramètres sont égaux, excepté la valeur du facteur d'émission de la base.

b) Influence de la température :

La figure (IV-20) correspond à deux expériences réalisées avec le même ensemble porté à deux températures différentes.

c) Décentrement de l'élément visé :

Afin de mettre en évidence l'effet de ce décentrement, nous avons porté sur la figure (IV-23), outre l'indicatrice correspondant à un élément décentré (trait plein), celle obtenue dans les mêmes conditions pour un élément axial (trait interrompu).

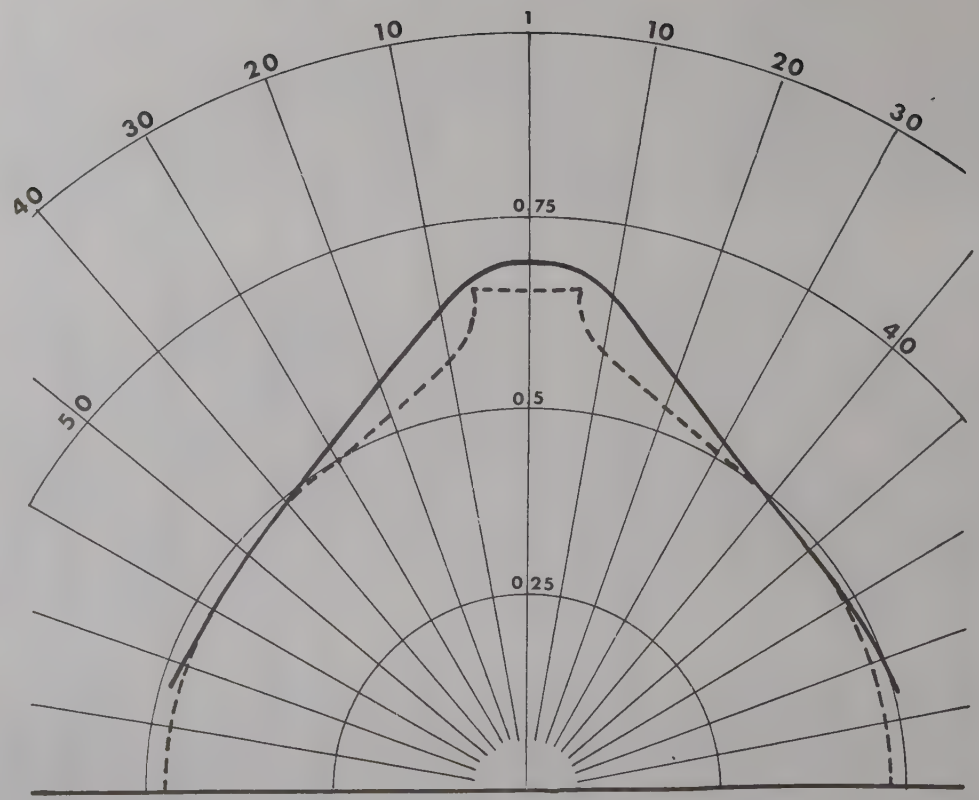
2-5 - Conclusion

Les évaluations expérimentales des facteurs directionnels d'émission apparente d'éléments de l'ouverture d'une cellule antirayonnante, pour plusieurs bases de facteurs d'émission différents, a permis d'obtenir des indicatrices d'émission conformes à celles qui avaient été déterminées théoriquement.

Afin d'expliquer les écarts observés entre les indicatrices théoriques et celles obtenues pratiquement, on peut faire les remarques suivantes :

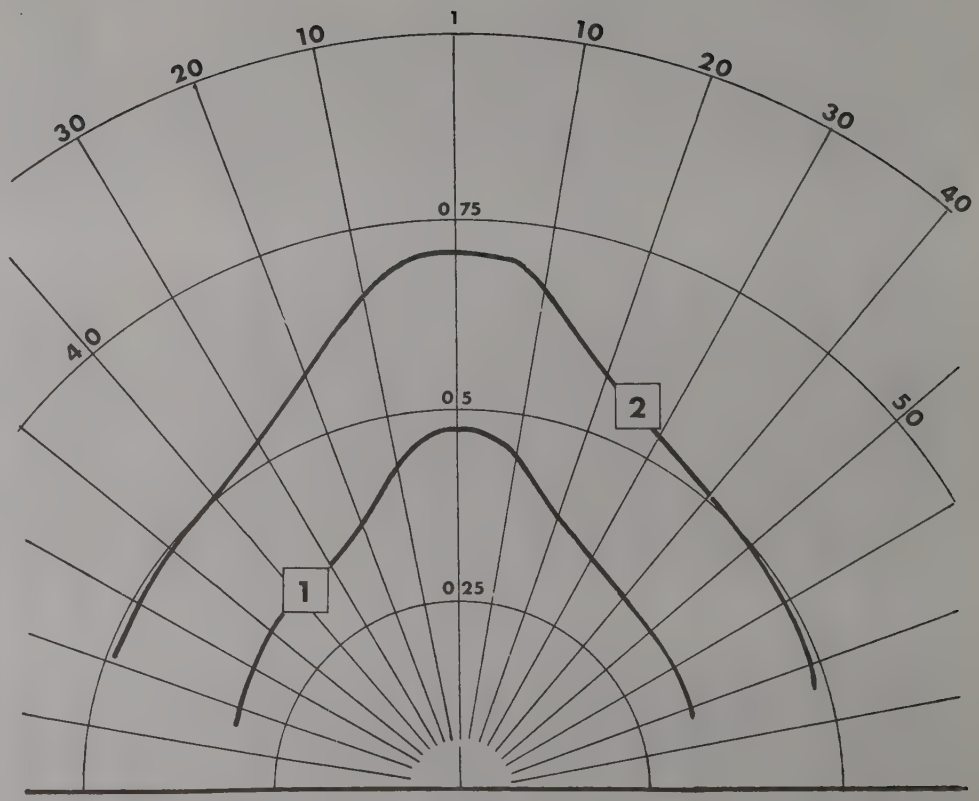
- les structures étudiées sont composées de cellules hexagonales alors que le modèle théorique se rapporte à des cellules circulaires,
- les cellules sont réalisées avec un matériau dont la conduction thermique, bien que faible, a tout de même une valeur finie,
- les manipulations sont effectuées dans l'air : nous négligeons l'effet de convection à cause des propriétés anticonvectives de ces cellules (ch.V), mais les échanges subsistent toujours par conduction dans l'air.
- on considère que l'environnement est un corps noir à température uniforme T_E. Ceci n'est vrai qu'en première approximation.

On peut conclure que, compte tenu de toutes ces remarques, et en comparant les indicatrices déterminées expérimentalement a celles évaluees théoriquement, les résultats expérimentaux et théoriques sont en bon accord.



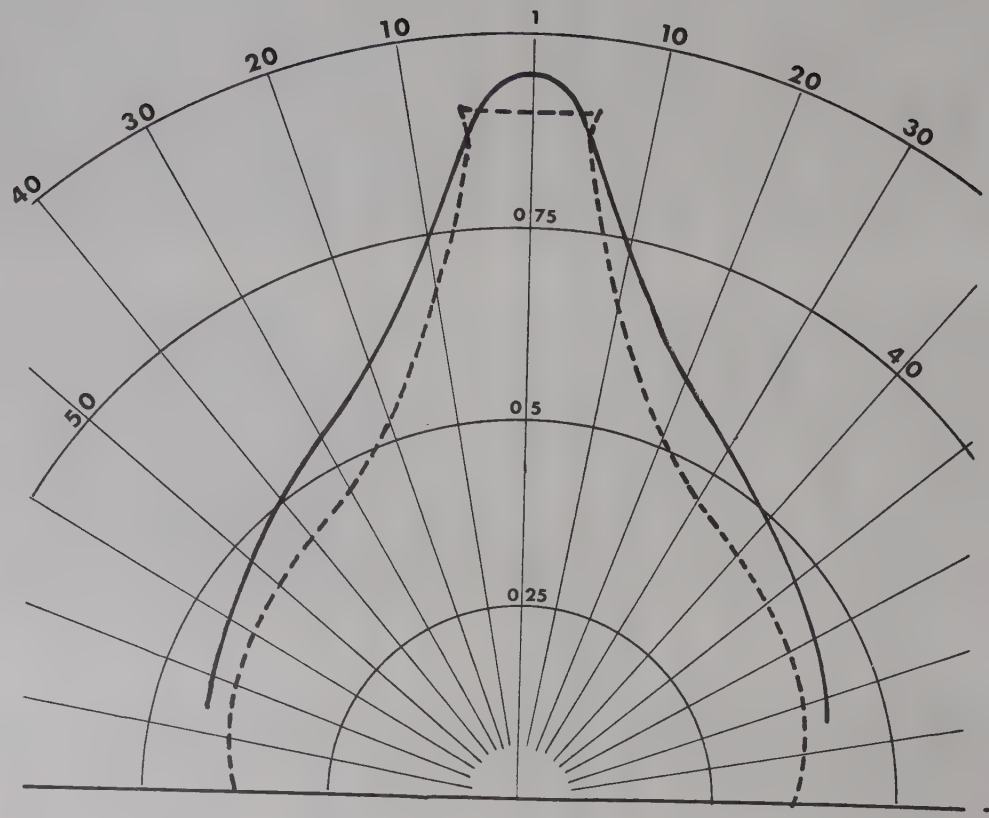
$\epsilon_B = 0{,}10$ $T_B = 358\,^{\circ}K$

Fig. IV - 19



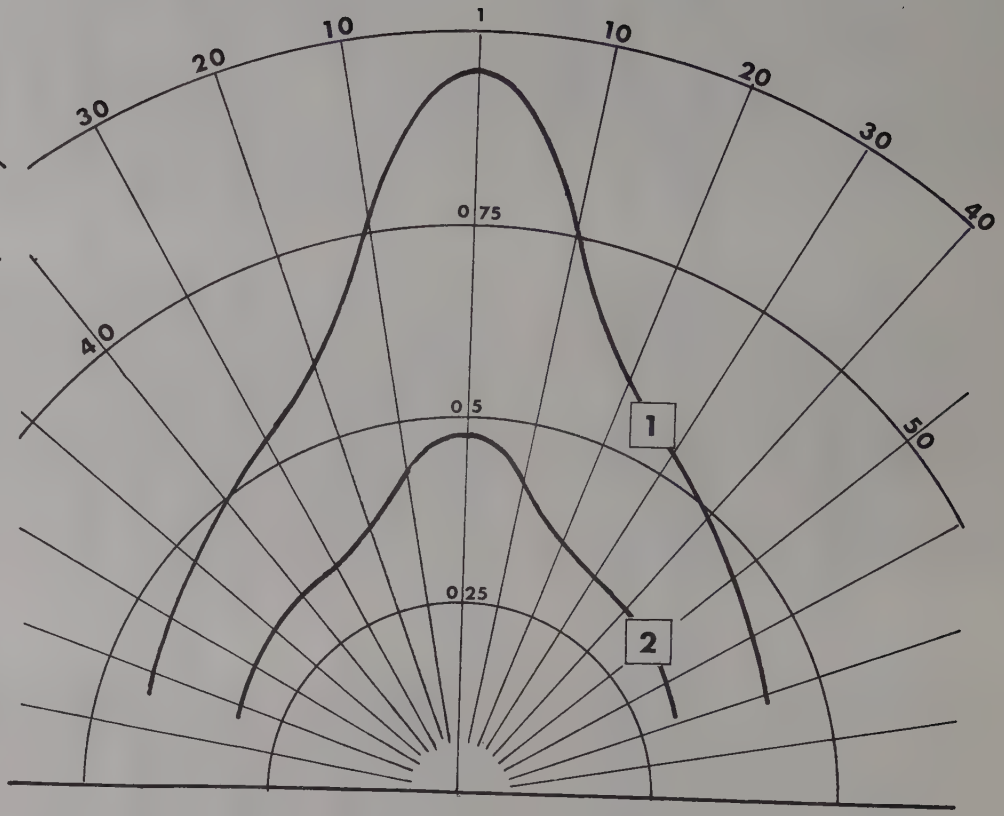
$\epsilon_B = 0{,}10$ (1) T_B 400 °K
(2) T_B 358 °K

Fig. IV - 20



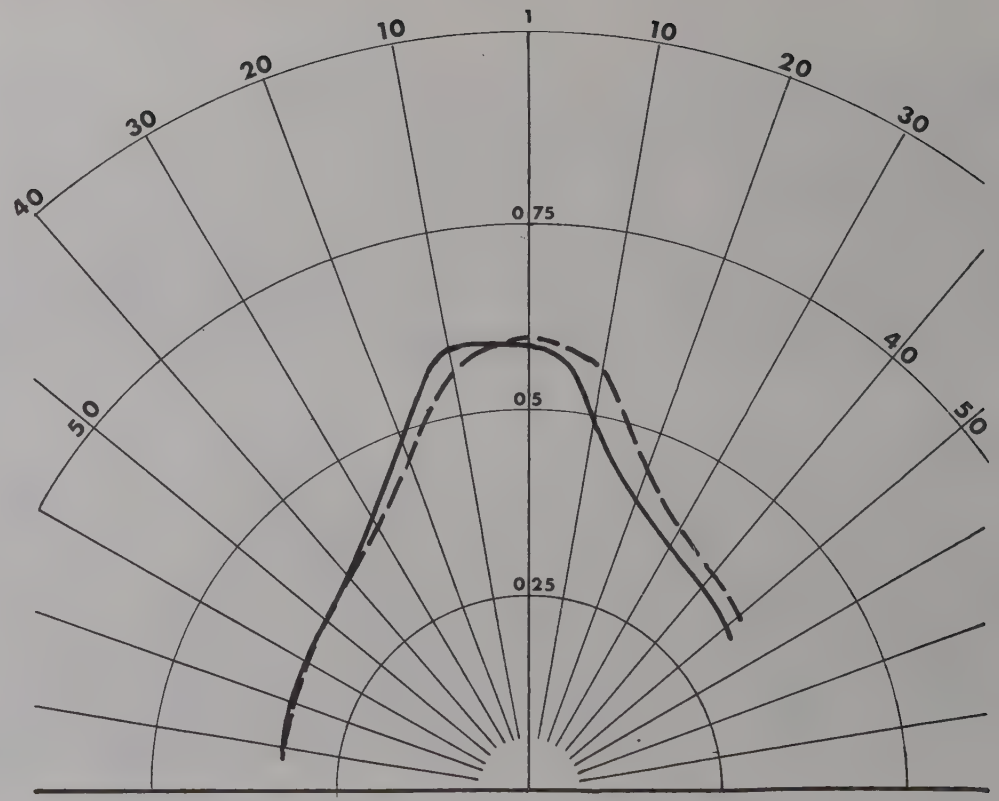
$\epsilon_B = 0,55 \quad T_B = 396\,^oK$

Fig. IV - 21



$\epsilon_B = 0,55 \quad (1)\ T_B = 396\,^oK$
$\epsilon_B = 0,10 \quad (2)\ T_B = 400\,^oK$

Fig. IV - 22



$\varepsilon_B = 0,10$ $T_B = 404°K$ ——— cellule décentrée

– – – cellule centrée

Fig. IV - 23

CHAPITRE V

LES STRUCTURES CELLULAIRES ET LEUR UTILISATION POUR LA CAPTATION DE L'ENERGIE SOLAIRE

Les propriétés des structures cellulaires que nous avons présentées au cours de ce travail permettent de penser que ces dispositifs possèdent des possibilités d'application certaines lorsqu'il s'agit de modifier le bilan des échanges d'énergie thermique, au niveau d'une surface, dans un sens déterminé.

Il y a lieu cependant, lorsqu'on se place dans ce point de vue des applications, de reconsidérer le problème des échanges énergétiques dans son ensemble. Nous n'avons, en effet, envisagé dans ce travail que le bilan radiatif au niveau d'une surface donnée ; aux échanges par rayonnement qui constituent les éléments de ce bilan, s'ajoutent, dans le cas général, des échanges par conduction et par convection.

Le rayonnement et la convection sont deux modes de transfert thermique essentiellement différents : alors qu'on peut évaluer, plus ou moins facilement mais de manière précise, les échanges par rayonnement, il n'en est pas de même avec les échanges par convection dont l'évaluation a souvent un caractère empirique.

Des travaux menés par ailleurs prennent en compte les effets de la convection. Comme nous le verrons, ils ont toujours été réalisés pour des cas bien précis et il n'est pas possible d'en tirer des conclusions générales. Dans le cas général, on peut cependant retenir que les structures cellulaires que nous avons appelées antirayonnantes, présentent aussi un caractère anticonvectif notable. Il conviendrait peut être d'utiliser une appellation plus générale, pour ces structures, telles que structures antipertes.

Si, compte tenu des résultats des calculs que nous avons effectués, on peut déterminer les différents paramétres permettant de réaliser une cellule ayant un facteur de réduction des pertes radiatives prédéterminé, il en va différemment de la réalisation d'une structure possédant des propriétés anticonvectives nettement définies.

1 - LES STRUCTURES CELLULAIRES ET LES DIFFERENTS MODES DE TRANSFERT DE CHALEUR

En 1965, K.G.T. Hollands /37/ a présenté l'étude d'un système "nid d'abeille" appliqué aux insolateurs plans, la structure considérée recouvrant la face absorbante du rayonnement. La structure cellulaire est composée de cellules de hauteur relative 4 et ayant cinq centimètres de hauteur absolue. L'auteur suppose que l'absorbeur est horizontal, position qu'il considère comme la plus défavorable vis à vis des pertes thermiques par convection.

Les trois modes de transfert thermique sont traités séparément :
- la conduction, dans les parois, en utilisant la formule "du mur" de Fourier ;
- le rayonnement, en utilisant les résultats de Hottel et Keller ;
- la convection, en établissant un diagramme de stabilité des fluides à partir des résultats établis par Pneuli.

L'auteur montre ainsi théoriquement que les pertes thermiques de la surface sont réduites du fait de la présence des structures et, en particulier, que les échanges par convection sont totalement supprimés pour une différence de température ayant une valeur de 75°C entre la base et l'ouverture. Toutefois, cette analyse de stabilité des fluides ne permet pas de déterminer de façon précise les effets de convection dès que ce mode de transfert thermique se trouve déclenché.

W.W.S. Charters et L.F. Peterson /38/ , /39/ , poursuivent,sur les plans théorique et pratique, l'étude de la convection pour des cellules disposées devant un absorbeur d'inclinaison variable sur le plan horizontal. Remarquons qu'il parait plus logique d'étudier un absorbeur incliné, la position horizontale n'étant pas le cas le plus général pour la captation du rayonnement solaire. Le critère de stabilité des fluides qui avait été utilisé par Hollands n'est plus valable lorsque il y a inclinaison. Les expériences ont été effectuées, sur des cellules de hauteur relative 2 et de cinq centimètres de hauteur absolue, en visualisant les mouvements d'un fluide les remplissant. Contrairement à la remarque faite par Hollands, Peterson montre que la position horizontale n'était pas la plus défavorable pour la convection et que, pour une position inclinée, ce phénomène existe toujours.

Cette étude très poussée, de la convection, dans un cas particulier, est difficilement applicable au cas général des structures que nous étudions. D'autre part, dans ce travail, le rayonnement n'est pas étudié conjointement.

D.K. Edwards et W.M. Sun /40/ ont étudié des dispositifs analogues. Dans le cas de cellules plans parallèles pour lesquelles la conduction des parois n'est pas déterminée et des cellules à section carrée, de hauteur infinie, dont la conduction est fixée, ces auteurs ont établi des solutions concernant le problème de la convection. Pour les cellules couramment utilisables, ils ont donné une solution asymptotique.

Certains auteurs ont effectué des calculs mettant en oeuvre la conduction des parois et les échanges par rayonnement, alors que nous mêmes avons supposé que les parois des cellules que nous étudions possédaient un coefficient de conduction négligeable.

R.J. Jimenez /41/, en 1964, réalisa une étude de collecteur d'Energie Solaire se rapprochant des cellules que nous utilisons. Ce collecteur, en forme d'auge a section droite trapézoïdale, est dirigé vers le soleil. Ses parois sont réfléchissantes pour le rayonnement solaire incident ; l'angle d'ouverture est choisi de telle sorte que le rayonnement arrivant sur l'ouverture du collecteur atteigne la base après, au maximum, trois réflexions. Une concentration de valeur 4 est ainsi obtenue. Les parois sont supposées en outre absorbantes pour le rayonnement issu de la base.

L'auteur tient compte dans ses calculs de la conduction des parois et détermine les échanges par rayonnement en utilisant la notion de facteur d'angle.

Les résultats expérimentaux ne correspondent pas très bien avec ceux obtenus théoriquement. Ceci est dû au fait que la convection n'a pas été prise en compte et l'émission des parois n'obéit probablement pas à la loi de Lambert.

W.J. Bifano /42/ a étudié lui aussi un cas très particulier de structure cellulaire, utilisable à haute température, hors atmosphère. Il ne tient donc pas compte, évidemment, des échanges convectifs. Les parois de ces cellules sont réalisées en alliage de titane d'épaisseur $e = 0{,}015$ mm. Compte tenu de l'opacité du matériau, l'axe des cellules doit être dirigé vers le soleil. L'étude théorique de cet auteur tient compte, en plus des échanges par conduction et rayonnement, de la divergence variable des rayons solaires en fonction de la distance du soleil à l'absorbeur. La variation de cette divergence se traduit sur les parois des cellules par une variation du flux incident absorbé.

Cette étude purement théorique n'a pas été poursuivie expérimentalement à notre connaissance.

On peut remarquer tout d'abord que les différents travaux que nous venons d'exposer sont tous relatifs à des cas particuliers bien précis et que, d'autre part, les trois modes de transfert thermique n'ont jamais été étudiés *simultanement*.

Cependant, le caractère antiperte des cellules paraît nettement établi et nous nous proposons de décrire maintenant quelques réalisations de structures que nous avons effectuées au laboratoire en vue de leur application à la captation du rayonnement sdaire.

2 - REALISATION DE DIVERS TYPES DE STRUCTURES CELLULAIRES ANTIRAYONNANTES

Pour obtenir des structures cellulaires présentant un effet antirayonnant aussi proche que possible de celui que nous avons étudié sur le plan théorique, celles-ci doivent être réalisées à partir d'un matériau dont les propriétés sont les suivantes :

- facteur d'émission, et donc d'absorption, très proche de l'unité pour les radiations émises par la surface de base,
- facteur de transmission aussi proche que possible de l'unité pour le domaine $\Delta\lambda_S$ correspondant au spectre solaire (captation fixe),
- faible conductivité thermique,
- résistance à la température dans les conditions de fonctionnement,
- insensibilité aux agents atmosphériques et en particulier au rayonnement U.V. solaire, à l'humidité, aux variations brusques de température,
- propriétés mécaniques permettant la réalisation des structures.

Plusieurs expériences furent d'abord réalisées avec des matériaux ne possédant pas tous ces critères. En particulier, une structure cellulaire en papier noir, réalisée par Francia, disposée devant une base dont la face arrière était thermiquement isolée, s'est enflammée spontanément à l'exposition au soleil, sans concentration. Il en fut de même au début de nos recherches au Laboratoire d'Héliotechnique, où une structure en papier kraft, enduite de résine formaldéhyde de hauteur relative 20 s'est également enflammée après un temps d'exposition au soleil de l'ordre de grandeur de celui observé par G. Francia.

Remarquons que, quelqu'encourageants qu'aient pû être les résultats donnés par ces cellules, leur utilisation pratique perd de son intérêt du fait de l'opacité de leurs parois pour le rayonnement compris dans le domaine $\Delta\lambda_S$ du spectre solaire.

Les propriétes du verre ordinaire, transparent pour la plus grande partie du spectre solaire et absorbant pour l'infra-rouge lointain, mauvais conducteur de la chaleur, le font apparaître comme un matériau de choix pour l'application envisagée.

Nous avons ainsi expérimenté une structure composée de tubes de verre de 20 cm de hauteur , de 1 cm de diamètre, de 0,02 cm d'épaisseur. La structure était disposée devant une plaque de cuivre noirci dont la température était relevée par thermocouple. L'isolation arrière était assurée par un matelas de laine de verre de 10 cm d'épaisseur. Les températures relevées à l'équilibre thermique était de l'ordre de 300°C, l'axe des cellules étant dirigé vers le soleil, l'énergie incidente étant de 1000 $W.m^{-2}$.

G. Francia a produit, avec ces mêmes cellules et une légère concentration du rayonnement, de la vapeur d'eau à la pression de 150 $kg.cm^{-3}$, à raison de 5,5 kg de vapeur par heure, surchauffée à 450°C.

Cependant, l'emploi du verre présente d'assez grandes difficultes technologiques pour la réalisation des structures, aussi avons nous recherché d'autres matériaux dont les qualités puissent répondre aux exigences requises.

Nous avons étudié de nombreux matériaux plastiques. Parmi ceux-ci, certains possèdent des propriétés optiques convenables, mais (comme le plexiglas) ne résistent pas à une élévation de température supérieure à 60°C ou bien (comme le triacétate de cellulose) absorbent l'humidité atmosphèrique, provocant une variation de leur forme et de leurs propriétés.

La matériau qui nous a donné les meilleurs résultats est le polytérephtalate d'éthylène commercialisé en France sous le nom de *terphane*, aux Etats Unis sous celui de *mylar* et en Grande Bretagne comme *melinex*. Ce matériau offre dans le visible une transparence élevée (figure V-1) et absorbe notablement l'Infra-rouge correspondant au spectre qui nous intéresse (figures V-2, 3).

Il a été étudié et mis au point, au Laboratoire d'Héliotechnique, à partir de ce matériau, plusieurs types de structures cellulaires. Parmi ceux-ci nous citerons :

- les structures cellulaires hexagonales, fabriquées par collage de feuilles, puis expensées à chaud. Celles que nous avons utilisées ont une épaisseur variant de 50 à 75μm et une hauteur relative allant de 2 à 10 (figure V-4).
- les structures "collerettes" réalisées à partir de bandes de terphane par formage sur un moule, à une température de l'ordre de 180°C (figure V-5).
- les pavés antirayonnants formés sur un moule, puis maintenus par collage de la section d'ouverture sur une feuille d'araldite transparente (figure V-6).

VIS

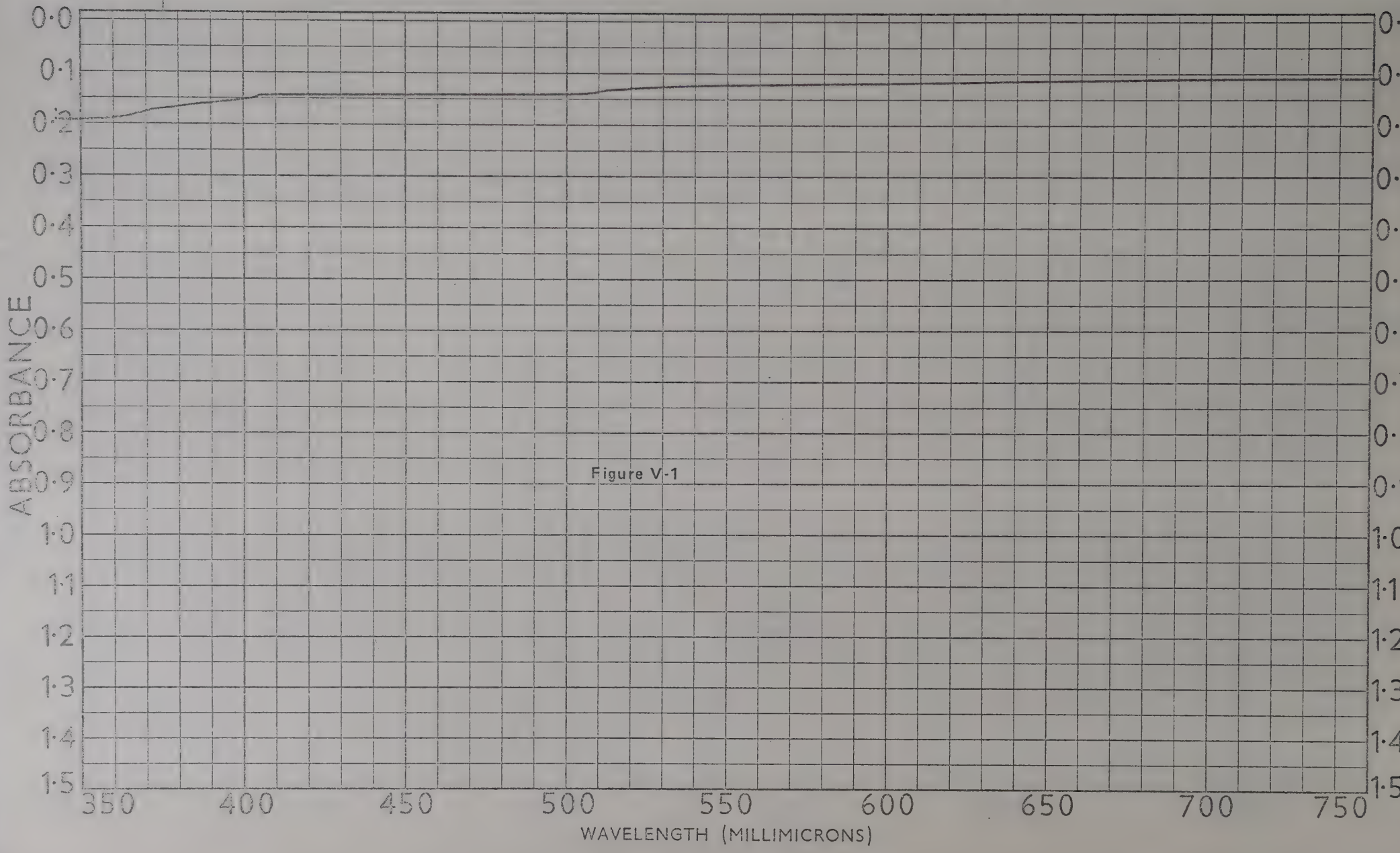


Figure V-1

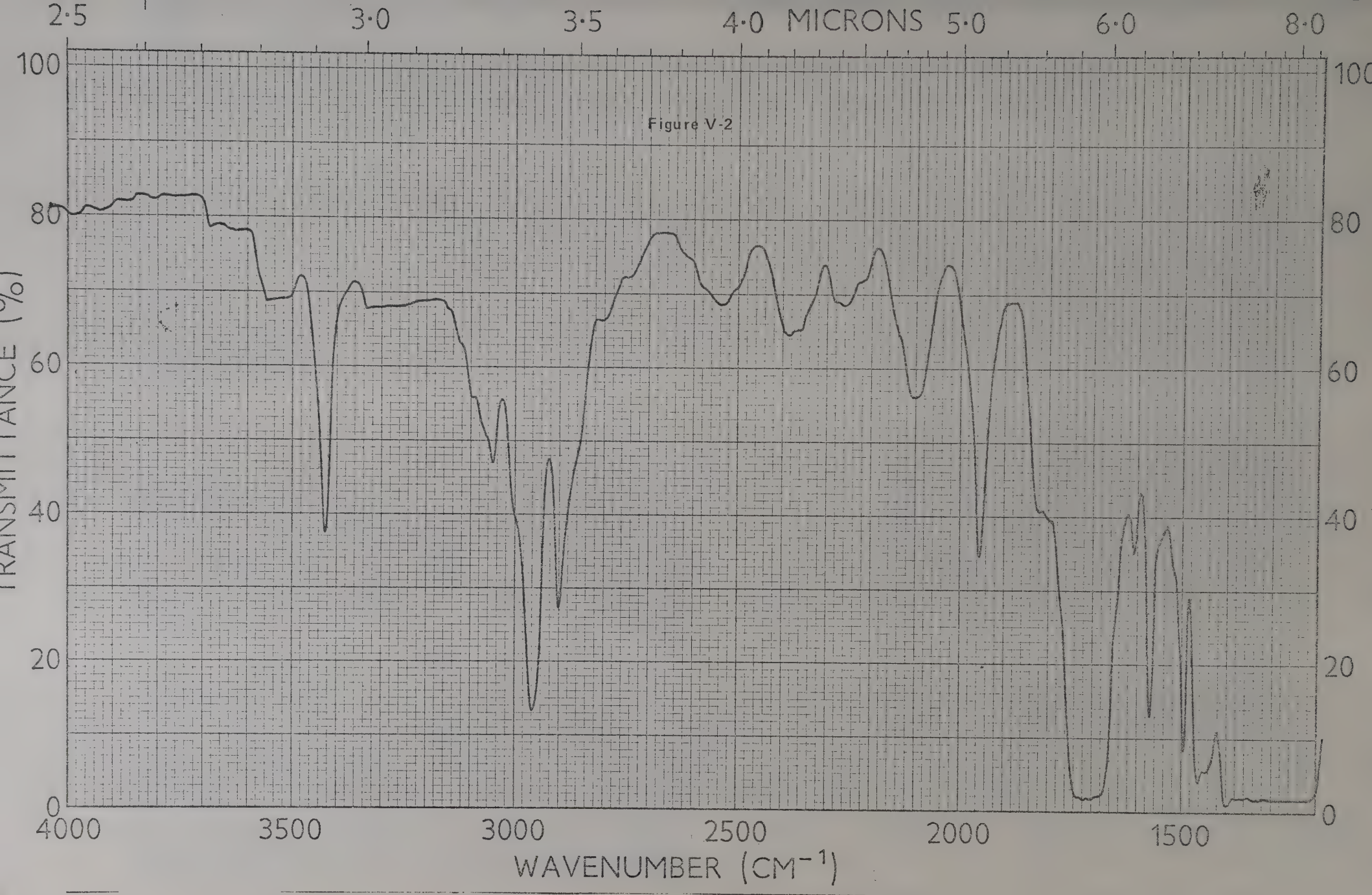

2·5
3·0
3·5
4·0 MICRONS
5·0
6·0
8·0
100
80
60
40
20
0
TRANSMITTANCE (%)
4000
3500
3000
2500
2000
1500
WAVENUMBER (CM⁻¹)

Figure V-2

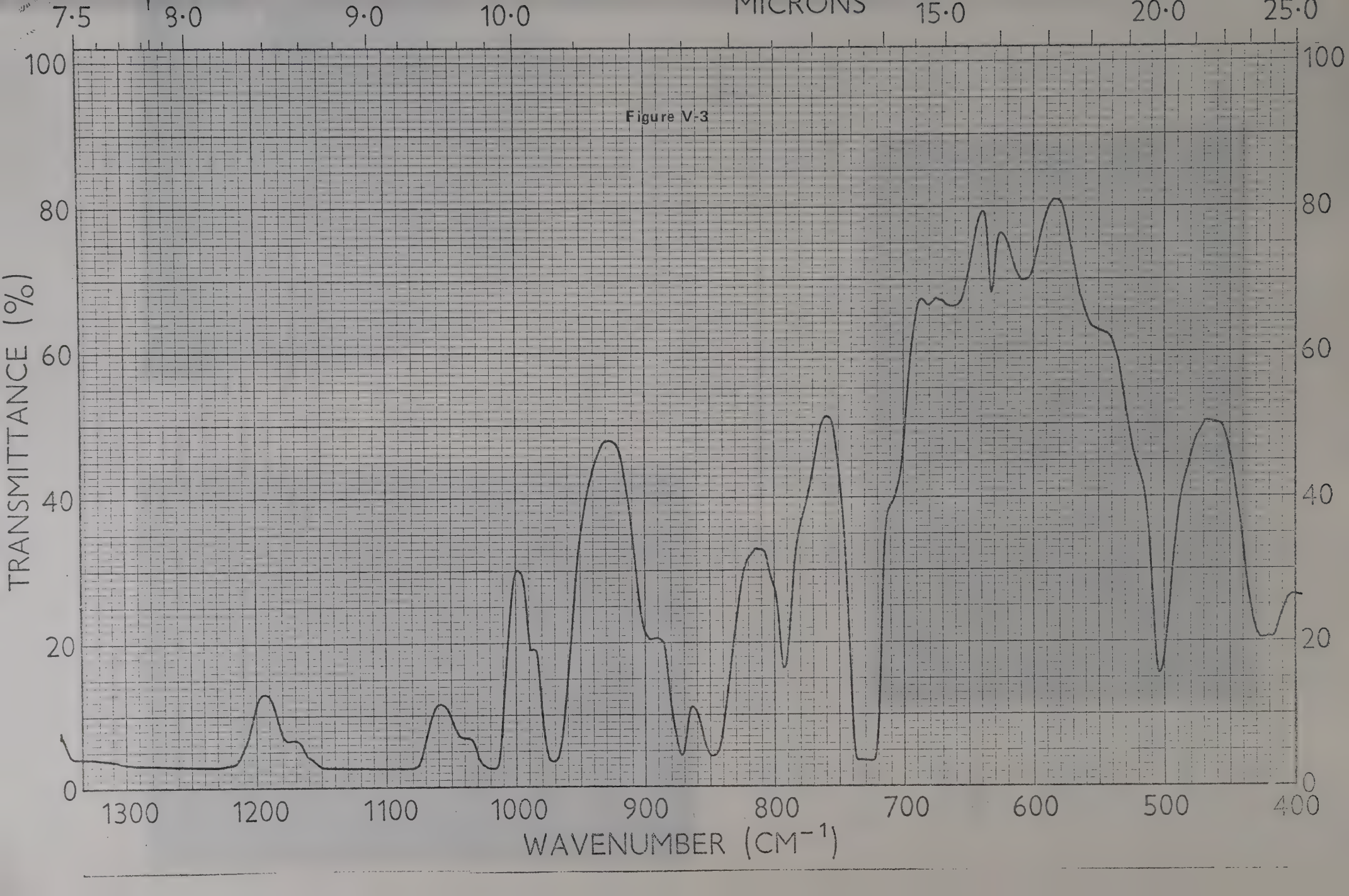

7·5
8·0
9·0
10·0
MICRONS
15·0
20·0
25·0
100
80
60
40
20
0
TRANSMITTANCE (%)
1300
1200
1100
1000
900
800
700
600
500
400
WAVENUMBER (CM⁻¹)

Figure V-3

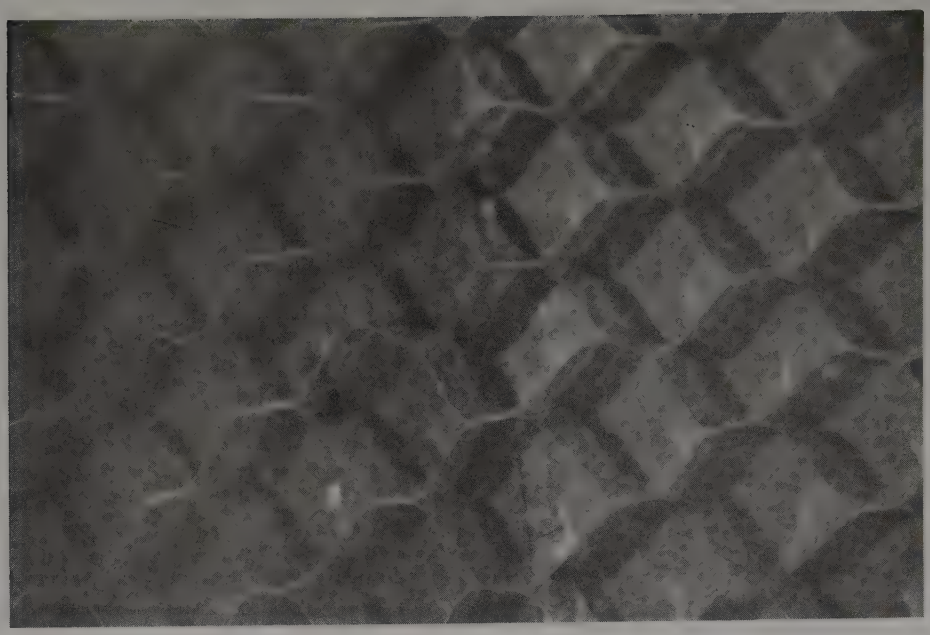


Fig. V – 4

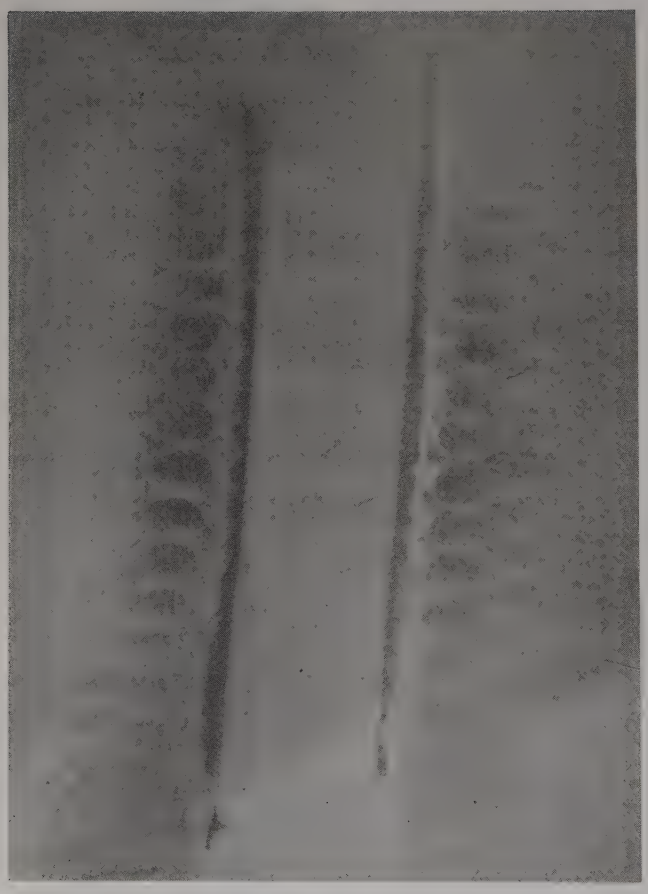


Fig. V – 5

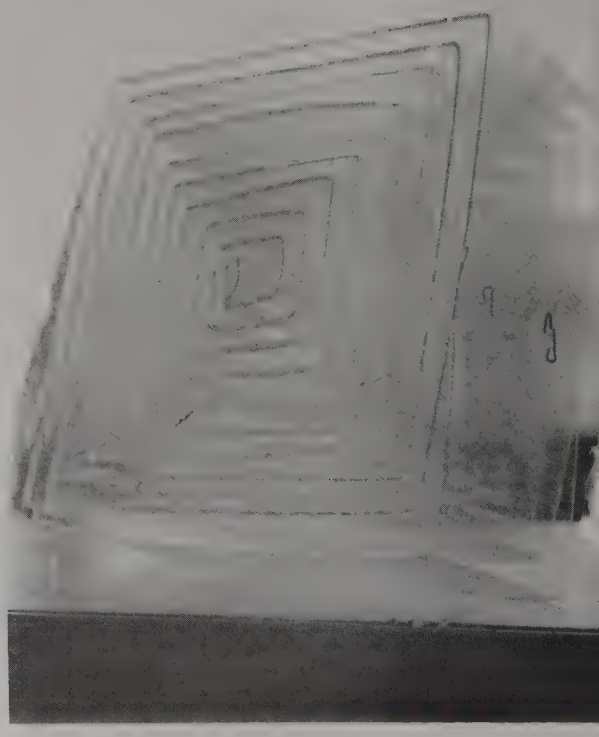


Fig. V – 6

3 - ESSAIS DES DIFFERENTS TYPES DE STRUCTURE

Afin d'obtenir les premiers éléments de comparaison entre les différentes structures réalisées comme indiqué précédemment, nous les avons exposées simultanément au soleil.

Des plaques de laiton, recouvertes de peinture noir mat, de 0,02 cm d'épaisseur et de 10 cm de côté, forment la base des structures. Chaque plaque est agrafée sur une tuile de fibre de verre compressée de 1,5 cm d'épaisseur. L'isolation arrière est complétée par un matelas de laine de verre de 8 cm d'épaisseur.

Une surface, identique aux bases des cellules, devant laquelle est fixé un film de terphane (effet de serre classique), tient lieu de référence, les structures cellulaires utilisées étant recouvertes d'un film identique.

On relève la température de la partie centrale de chacune de ces plaques au moyen d'un thermocouple fer-constantan relié à un potentiomètre enregistreur.

Chaque ensemble cellule-base-isolation arrière est placé dans un chassis. Ces chassis sont fixés, par groupes, sur une même monture altazimutale permettant de diriger l'axe des cellules vers le soleil.

Le rayonnement global arrivant dans le plan d'ouverture des cellules est repéré au moyen d'une pile thermoélectrique Kipp.

Nous avons effectué deux séries de mesure. Au cours de la première série, l'axe des cellules est dirigé directement vers le soleil. Pour un flux incident de 1000 $W.m^{-2}$ et une température ambiante de 16°C, les températures d'équilibre atteintes ont été respectivement :

- 128°C et 156°C pour des cellules hexagonales de hauteur relative 2 et 5,
- 165°C pour les cellules collerettes,
- 135°C pour les pavés antirayonnants.

La surface de référence atteignait une température de 109°C dans les mêmes conditions.

On peut remarquer, pour les cellules hexagonales, la différence de température dûe à l'augmentation de la hauteur relative.

On ne peut, par contre, attribuer de hauteur relative précise aux cellules collerettes et aux pavés antirayonnants , compte tenu de la forme de leurs sections droites.

Dans la deuxième série de mesure, nous avons maintenu un angle θ constant entre la direction des rayons du soleil et l'axe des cellules et mesuré la température d'équilibre correspondant à cet angle. Les courbes de la figure V-7 représentent les températures d'équilibre atteintes en fonction de l'angle θ .

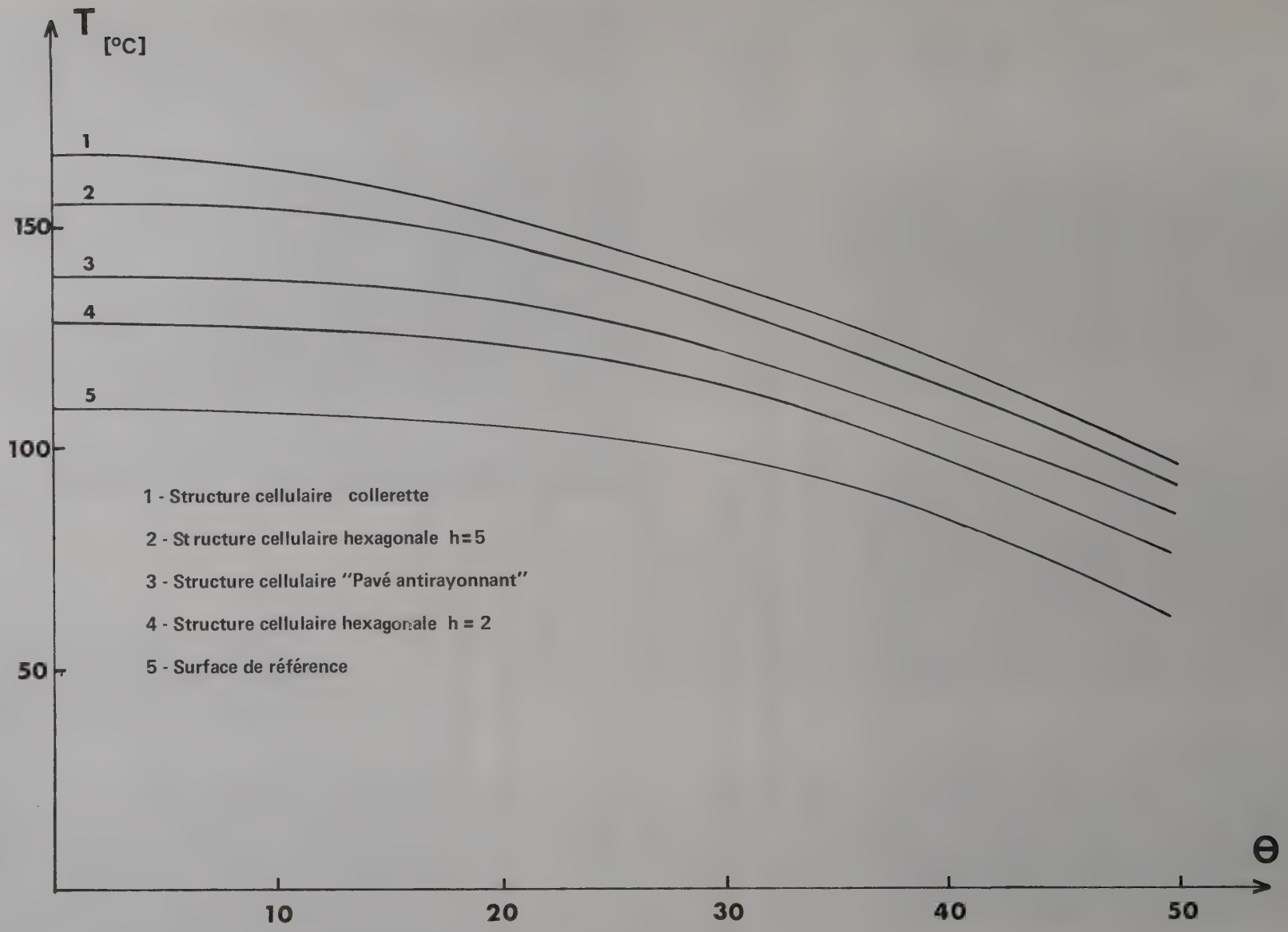

T
[°C]
1
2
150
3
4
5
100
1 - Structure cellulaire collerette
2 - St ructure cellulaire hexagonale h=5
3 - Structure cellulaire "Pavé antirayonnant"
4 - Structure cellulaire hexagonale h = 2
5 - Surface de référence
50
Θ
10
20
30
40
50

Fig. V – 7

On remarque sur ces courbes que les températures des surfaces de base tendent à se rapprocher de celles de la surface de référence. Cependant, comme nous le voyons, même pour des angles θ relativement grands (50^{o}), l'utilisation des structures cellulaires présente un intérêt non négligeable.

Ces courbes résultent de nombreux relevés expérimentaux ; nous avons choisi les résultats correspondant approximativement aux mêmes conditions (flux incident = 1000 $W.m^{-2}$, température ambiante = $16^{o}C$).

4 - POSSIBILITES D'APPLICATION DES STRUCTURES CELLULAIRES

Les travaux théoriques et expérimentaux réalisés montrent le grand intérêt que présentent les structures cellulaires pour la captation de l'énergie solaire. Cet intérêt apparaît dans plusieurs domaines de températures :

- à basse température, c'est à dire entre la température ambiante et 100°C, les structures améliorent les rendements d'appareils fonctionnant à poste fixe, sans concentration du rayonnement solaire incident. Des expériences ont été réalisées au Laboratoire d'Heliotechnique /43/ sur des insolateurs à circulation de fluide organisée en vue de leur application au chauffage de l'eau. Pour une température de sortie du fluide de 80°C et pour un rayonnement incident de 1000 $W.m^{-2}$, un tel insolateur admettait un rendement de 55 %. Avec des structures cellulaires hexagonales de hauteur relative 5, le rendement atteint 65 %. La présence de structure cellulaire entraîne donc une amélioration relative de 20 %.

- à moyenne température, entre 100 et 250°C, on ne peut plus parler d'amélioration de rendement, puisque ces températures ne peuvent généralement être atteintes, sans concentration,par un insolateur non recouvert de structures cellulaires. La présence de ce dispositif antiperte permet alors d'obtenir de telles températures /44/. Nous sommes cependant limités dans ce domaine, surtout par l'absence de matériaux convenables, autres que le verre, pouvant garder leurs propriétés dans le domaine de température considéré. Le terphane utilisé pour les basses températures ne peut guère convenir au dessus de 175°C, et les plastiques thermo-résistants,au delà, ne possèdent pas les qualités optiques ou mécaniques nécessaires.

Des travaux,relatifs,à ce domaine de température, sont actuellement poursuivis au laboratoire.

A plus haute température, les structures cellulaires peuvent être utilisées avec une légère concentration. Nous pouvons citer à ce sujet, outre l'expérience réalisée par G. Francia (V-2), l'application qui a été faite à la chaudière expérimentale de 50 kW établie à la Faculté des Sciences de Marseille (en collaboration avec G. Francia). La concentration est realisée par un champ de miroirs dans un foyer linéaire. Les structures utilisées ont une hauteur relative de 10 et sont réalisées à l'aide de tubes pyrex.

Cet appareil a permis d'atteindre des températures de 500°C avec de la vapeur d'eau surchauffée sous une pression de 150 $kg.cm^{-2}$.

CONCLUSION

Le travail que nous avons présenté est relatif à l'étude d'un dispositif qui permet de réduire les pertes par rayonnement d'un corps, par action sur les échanges radiatifs au niveau de la surface le délimitant.

Ce dispositif antirayonnant se présente sous forme de structures composées de cellules prismatiques accolées, disposées perpendiculairement devant la surface qu'elles recouvrent , les parois des cellules étant parfaitement absorbantes (tout au moins pour les radiations comprises dans le spectre du corps noir à la température de la surface recouverte) et non conductrice de la chaleur.

La première partie de notre travail concerne les structures cellulaires antirayonnantes disposées devant une surface de base noire. Dans ce cas, la notion de facteur d'angle géométrique nous a permis de simplifier notablement les expressions des bilans thermiques. Ainsi, nous avons pu déterminer la distribution latérale de l'émittance en étudiant les équations qui traduisent les bilans thermiques des surfaces élémentaires situées à des cotes différentes le long des parois. Une forme réduite de ces équations, plus facilement exploitable, a été obtenue par l'utilisation d'une fonction (Ψ) qui ne dépend que de la géométrie de la cellule. L'étude de cette fonction nous a conduit, dans le cas le plus général, à établir l'existence et démontrer l'égalité des discontinuités d'émittance aux extrêmités. Nous avons pu aussi mettre en évidence un facteur caractérisant la diminution des pertes radiatives, dûe à la présence de telles structures. Ce facteur ne dépend pas de la température de la base, ni de celle de l'environnement et n'est fonction que des caractéristiques géométriques des cellules. Toujours dans un cas général,nous avons montré certaines particularités de la courbe de variation de l' émittance d'un point de la paroi en fonction de sa cote (point d'inflexion, symétrie...). Nous avons ensuite, pour deux cas particuliers, déterminé numériquement la courbe de variation de l'émittance le long des parois. Les résultats obtenus nous ont suggéré de considérer comme linéaire cette variation et donc de retrouver sous forme analytique les expressions permettant de calculer les discontinuités d'émittance dans tous les cas, les températures atteintes par les surfaces de base sous certaines conditions, le facteur de réduction des pertes.

La deuxième partie de notre travail est consacrée à l'étude des structures cellulaires associées à une surface de base thermodynamiquement grise (tout au moins dans le domaine Infra-Rouge). Nous avons pour cela utilisé, en première approximation, la notion de facteur d'angle généralisé $\mathcal{F}$, notion permettant de donner une formulation analytique de grandeurs telles que les discontinuités d'émittance ou le facteur de réduction des pertes. La comparaison avec les résultats obtenus par l'emploi des facteurs de transfert par rayonnement nous a permis de justifier l'approximation faite en utilisant le facteur $\mathcal{F}$.

De la même manière que précédemment, nous avons établi les bilans thermiques à différents niveaux le long des parois. Ici encore, l'usage de la fonction Ψ permet d'obtenir une équation réduite du bilan thermique. Si l'on met toujours en évidence la notion de facteur de réduction des pertes et l'existence de discontinuités, on montre, à la différence du cas précédent, la dissymétrie de la distribution de l'émittance. Le calcul numérique, dans deux cas particuliers, permet de déterminer cette distribution. Ici encore, nous avons montré la validité d'une approximation linéaire.

Des expériences de principe nous ont permis de déterminer la distribution de l'émittance le long des parois des cellules et de vérifier ainsi les résultats théoriques. Ces expériences ont été réalisées dans une enceinte à vide afin d'annuler les échanges thermiques par convection. Nous avons aussi réalisé deux montages permettant de mesurer le facteur de réduction des pertes. Dans un cas, on utilise une méthode dynamique reposant sur l'étude du refroidissement d'un échantillon recouvert de cellules, dans l'autre cas, on utilise une méthode statique reposant sur l'étude de l'équilibre thermique de ce même ensemble.

La dernière partie de notre travail est consacrée à l'étude du facteur d'émission apparente de l'ouverture d'une cellule antirayonnante. Ce facteur a été mis en évidence afin de tenir compte des modifications du processus d'échange radiatif entre la surface de base et les corps qui l'environnent, modifications dûes à la présence de structures cellulaires. Il se présente quelques difficultés dans l'évaluation du flux radiatif issu de l'ensemble formé par la surface de base et la structure ; nous les avons levées en considérant que tout se passe comme si l'ouverture des cellules était une surface émissive. On doit alors déterminer les propriétés radiatives de cette surface. N'étant pas une surface matérielle, l'ouverture ne possède pas de facteur d'émission qui lui soit propre ; nous avons donc défini un facteur directionnel d'émission apparente de cette surface. Nous avons effectué une étude théorique de ce facteur pour des surfaces de base soit noires, soit sélectives. Pour un type de cellule donné et pour des surfaces de base dont les facteurs d'émission sont différents, une étude expérimentale a été exécutée.

Nous avons enfin réalisé différents types de structures cellulaires dont nous avons étudié le comportement sous exposition au rayonnement solaire. Les résultats des travaux théoriques et expérimentaux montrent le grand intérêt que présentent ces structures pour la captation de l'énergie solaire.

ANNEXE

Résolution du système formé par les équations II-39 et II-40 -

Compte tenu des relations de définition de F_1 , F_2 et F_3 , ces équations s'écrivent :

$$\Psi_0 = F_1 + \Psi_h \cdot F_3 - (\Psi_h - \Psi_0) \cdot \frac{I_1}{h}$$

$$\Psi_h = F_2 + \Psi_h \cdot F_3 - (\Psi_h - \Psi_0) \cdot \frac{I_2}{h} \qquad (1)$$

Avant de résoudre ce système, démontrons la relation

$$F_3 = \frac{I_1 + I_2}{h} \quad ,$$

permettant de relier I_1 , I_2 , F_3 et h .

l'intégrale $I_2 = \int_0^h F_{dy_E,x}\, dx$,

a pour expression, compte tenu de la relation de conservation des facteurs d'angle géométriques :

$$I_2 = \int_0^h F_{dy_E,h} \cdot dx - \int_0^h F_{dy_E,(h-x)} \cdot dx \qquad (2)$$

La seconde intégrale du deuxième membre de la relation (2) peut s'écrire, après avoir fait le changement de variable $u = h - y$.

$$\int_0^h F_{dy_E,(h-x)} \cdot dx = \int_0^h F_{dy_E,u} \cdot du$$

On en déduit immédiatement :

$$\int_0^h F_{dy_E,(h-x)} \cdot dx = \int_0^h F_{dy_B,x} \cdot dx$$

La relation (2) devient :

$$I_2 = \int_0^h F_{dy_E,h} \cdot dx - \int_0^h F_{dy_B,x} \cdot dx$$

La somme des deux intégrales I_1 et I_2 a donc pour expression :

$$I_1 + I_2 = \int_0^h F_{dy_E,h} \cdot dx \quad ,$$

ou encore : $I_1 + I_2 = h \cdot F_3$.

et l'égalité (2) est donc bien démontrée.

On peut exprimer I_2 en fonction de I_1 , F_3 et h :

$$I_2 = h F_3 - I_1 .$$

Le système d'équation (1) devient

$$\Psi_0 = F_1 + \Psi_h \cdot F_3 - (\Psi_h - \Psi_0) \cdot \frac{I_1}{h}$$

$$\Psi_h = F_2 + \Psi_h \cdot F_3 + (\Psi_h - \Psi_0) \cdot (\frac{I_1}{h} - F_3)$$

La résolution de ce système entraîne :

$$\Psi_0 = \frac{F_1 + F_3 - I_1/h}{1 + F_3 - 2I_2/h}$$

$$\Psi_h = \frac{F_2 + F_3 - I_1/h}{1 + F_3 - 2I_1/h}$$

"Vu et permis d'imprimer
Marseille, le 28 Février 1973
Le Président,
F. BOREL".

BIBLIOGRAPHIE

(1) J. TABOR - Bulletin of the Research Council of Israel, vol.5A,5C, number 1, november 1955.

(2) M. PERROT, M. TOUCHAIS, J. OUALID - Colloque International du CNRS, Montlouis 1958.

(3) E. SALAM, F. DANIELS - Colloque International du CNRS, Montlouis 1958.

(4) H.C. HOTTEL, T.A. UNGER - Colloque International du CNRS, Montlouis 1958.

(5) H.C. HOTTEL, D.D. ERWAY - Introduction to the utilization of Solar Energy, A.M. Zarem, Duane Derway, Mc Graw-Hill Book Company, Inc. New-York, 1963, p.87.

(6) G. FRANCIA - Conférence des Nations Unies sur les Sources Nouvelles d'Energie - Rome Conf. 35,5,71 - 3 Mai 1961.

(7) H. TABOR - Solar Energy, vol.12, n^o 4, 1969, p.549.

(8) VEINBERG - State Published House of Defense Industry - Moscou 1959.

(9) M. PERROT, J. OUALID, H. CORTES - Bulletin de l'IESUA(*) - n^o 6 Alger Janvier 1962.

(10) M. PERROT, J. GERVAIS, P. GALLET - PSUA(*) - Alger n^o 1, tome VIII, 1962.

(11) M. PERROT, P. GALLET, J. GERVAIS, A. ROPKE - C.R.Acad.Sci., t.256, 1965, p.2383.

(12) M. PERROT, P. GALLET, J. GERVAIS, A. ROPKE - Bulletin de la COMPLES(*), n^o 4, Mai 1963.

(13) M. JAKOB - Heat Transfer - John Wiley and Sons, Inc. New-York, London 1957, p.554 .

(14) G.P. SACCO - XVI Congresso ATI - Milano Ottobre 1962.

(15) G.P. SACCO - XVII Congresso ATI - Milano 22-27 Novembre 1962.

(16) M. PERROT, P. GALLET, J. GERVAIS, A. ROPKE - C.R.Acad.Sci., t.256, 1963, p.5383.

(17) M. PERROT, P. GALLET - Bulletin de la COMPLES n^o6, 1964, p.64.

(18) P. GALLET - C.R.Acad.Sci., 264, série B, 1967, p.292.

(19) P. GALLET - Annales de la Faculté des Sciences de Marseille, Tome XLI, 1968, pp.23.

(20) H. Mac ADAMS - Transmission de la chaleur, Dunod, Paris 1961, p.73.

(21) M. JAKOB - Heat Transfer, t.2 - John Wiley and Sons, Inc. New-York, London 1957, p.1.

(22) F. KREITH - Transmission de la chaleur - Masson et Cie éditeurs, Paris 1967, p.2.

(23) CADIERGUES - Revue Chaleur et Industrie, 1952, n^o 329, p.395 - 1953, n^o 330, p.17 - 1953, n^o 331, p.43.

(24) GOUFFE - Transmission de la chaleur par rayonnement, Edition Eyrolles - Paris , p.37

(25) M.A. BRAMSON - Infrared Radiation - Plenum Press - New-York, 1958, p.213.

(26) B. GEBHART - Heat Transfer - Mc.Graw-Hill - Book Company, New-York, 1961, p.117.

(27) R. SIEGEL, J.R. HOWELL - Thermal Radiation Heat Transfer - Mc.Graw Hill - Book Company, New-York, 1972, p.170

(28) H.B. KEENE - Proc. Roy.Soc., 88A, 1913, p.60

(29) C. CHRISTIANSEN - Wiedemanns, Ann. 19, 1883, p.267.

(30) C. ELBAZ - CNES, note technique NT3, Paris 1966.

(31) M. MICHAUD - C.R.Acad.Sci., 1948, p.999.

(32) M. COULET - Thèse de 3ème cycle, Faculté des Sciences de Marseille 1967.

(33) VOLTERRA - Leçon sur les équations intégrales et les équations intégrodifferentielle, Edit.Gauthier-Villars, Paris 1913.

(34) GOURSAT - Cours d'analyse mathématique, tome III, Ed. Gauthier-Villars, Paris 1956.

(35) J.L. GAUER - Thèse de 3ème cycle, UER de Physique, Université de Provence, Marseille 1972.

(36) J.F. FAUGERE et J.P. DELPONT - CNES, note technique 4, Paris Avril 1966.

(37) K.G.T. HOLLANDS - Solar Energy, vol.9, n° 3, 1965, p.159.

(38) W.W.S. CHARTERS - Solar Energy, vol. 13, 1972, p.353.

(39) L.F. PETERSON - These Master of Engineering Science, Melbourne, 1971.

(40) D.K. EDWARDS et W.M. SUN - ISES Conference, Melbourne 1970.

(41) J.JIMENEZ - Thèse Master of Engineering Science, Arizona State University 1964.

(42) W.J. BIFANO - NASA TECHNICAL, note D.4727, Washington D.C. 1968.

(43) M. PERROT, J. DESAUTEL, G. PERI, P. GALLET, M. BOUTHIER - Bulletin de la COMPLES(*), n° 10, 1966, p.91.

(44) M. PERROT, J. DESAUTEL, P. de NANTES - Bulletin de la COMPLES(*) n° 17, 1969, p.45.

(*) IESUA : Institut d'Energie Solaire de l'Université d'Alger.

(*) PSUA : Publication Scientifique de l'Université d'Alger.

(*) COMPLES : Coopération Méditerranéenne Pour L'Energie Solaire.